

**Kakucs András**

**ÁRAMLÁSTAN**  
– laboratóriumi gyakorlatok –

# TARTALOM

<b>1. A FOLYADÉKOK TULAJDONSÁGAI</b>	<b>4</b>
1.1. A SŰRŰSÉG	4
1.2. A VISZKOZITÁS	6
1.2.1. <i>Rotációs viszkoziméterek</i>	6
1.2.2. <i>Kapilláris-viszkoziméterek</i>	8
1.2.3. <i>Eső testes viszkoziméterek</i>	10
1.3. A GYAKORLAT CÉLJA	11
1.4. A KÍSÉRLETI BERENDEZÉS BEMUTATÁSA	12
1.5. A MÉRÉSEK MENETE	13
1.6. AZ ADATOK FELDOLGOZÁSA	13
1.7. IRODALOM	14
<b>2. MANOMÉTEREK KALIBRÁLÁSA</b>	<b>15</b>
2.1. PASCAL TÖRVÉNYE ÉS A HIDROSZTATIKAI ERŐ	15
2.2. A NYOMÁS MÉRÉSE	16
2.2.1. <i>Folyadékmanométerek</i>	16
2.2.2. <i>Mechanikus manométerek</i>	17
2.2.3. <i>Alacsony nyomások mérése</i>	19
2.2.4. <i>Nyomásérzékelők</i>	19
2.3. A GYAKORLAT CÉLJA	22
2.4. A KÍSÉRLETI BERENDEZÉS BEMUTATÁSA	22
2.5. A MÉRÉSEK MENETE	24
2.6. AZ ADATOK FELDOLGOZÁSA	24
2.7. IRODALOM	24
<b>3. NYOMÁSMÉRÉS SZONDÁKKAL</b>	<b>25</b>
3.1. BERNOULLI EGYENLETE	25
3.2. NYOMÁSMÉRŐ SZONDÁK	27
3.3. A GYAKORLAT CÉLJA	30
3.4. A KÍSÉRLETI BERENDEZÉS BEMUTATÁSA	30
3.5. A MÉRÉSEK MENETE	31
3.6. AZ ADATOK FELDOLGOZÁSA	32
3.7. IRODALOM	34
<b>4. AZ ÁRAMLÁSI ELLENÁLLÁS MEGHATÁROZÁSA</b>	<b>35</b>
4.1. A CSŐSÚRLÓDÁS	35
4.2. LOKÁLIS VESZTESÉGFORRÁSOK	38
4.3. A GYAKORLAT CÉLJA	42
4.4. A KÍSÉRLETI BERENDEZÉS BEMUTATÁSA	42
4.5. A MÉRÉSEK MENETE	46
4.6. AZ ADATOK FELDOLGOZÁSA	47
4.7. IRODALOM	48
4.8. FÜGGELÉK	48
<b>5. HOZAMMÉRÉS BUKÓKKAL</b>	<b>49</b>
5.1. CSATORNÁK	49
5.2. BUKÓK	50
5.3. A GYAKORLAT CÉLJA	51
5.4. A KÍSÉRLETI BERENDEZÉS BEMUTATÁSA	52
5.5. A MÉRÉSEK MENETE	53
5.6. AZ ADATOK FELDOLGOZÁSA	54
5.7. IRODALOM	56

<b>6. REZGÉSEK, TRANZIENS JELENSÉGEK TANULMÁNYOZÁSA</b>	<b>57</b>
6.1. HIDRAULIKUS ELLENÁLLÁS, KAPACITÁS ÉS INDUKTIVITÁS	57
6.2. AZ EKVIVALENS ELEKTROMOS KÖR	61
6.3. A GYAKORLAT CÉLJA	63
6.4. A KÍSÉRLETI BERENDEZÉS BEMUTATÁSA	63
6.5. A KÍSÉRLETEK MENETE	67
6.6. IRODALOM	68

# 1. A FOLYADÉKOK TULAJDONSÁGAI

## 1.1. A sűrűség

Egy test egyik legfontosabb mechanika tulajdonsága a test tömege. Az áramlástan a mechanikának a folyadékokkal és gázokkal foglalkozó része, amely e közegeket „kontinuum”-nak, a teret egyenletesen kitöltő anyagnak tekinti: eltekintünk az anyag molekuláris szerkezetétől és feltételezzük, hogy nincsenek benne hirtelen minőségi változások. E fogalom rokon a matematikai kontinuum fogalmával, amely a valós számtengely folytonosságára utal.

Mivel a folyadék egy bizonyos kiterjedéssel rendelkező kontinuum, amelynek mozgása (áramlása) során annak elkülönített részei más-más sebességgel haladnak, célszerűbb a tömegét egységnyi térfogatra vonatkoztatva, fajlagos mennyiségként megadni. Ez a folyadék sűrűsége, amely tehát az egységnyi térfogatú anyag tömege:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1.1)$$

Ezt a mennyiséget a Nemzetközi Mértékegységrendszerben (SI)  $\text{kg/m}^3$ -ben adjuk meg. Használata különösképpen akkor nélkülözhetetlen, amikor bizonyos körülmények, például változó hőmérséklet vagy nyomás miatt a kontinuum belsejében értéke pontról pontra változik.

Valamilyen meghatározott összetételű és állapotú anyag sűrűsége azonos körülmények között mindig ugyanaz, éppen ezért azt anyagjellemzőnek tekinthetjük. A sűrűség nem anyagállandó, mivel a nagyságát a körülmények (a már említett hőmérséklet és nyomás) befolyásolják. A folyadékok (és a szilárd halmazállapotú anyagok) gyakorlatilag összenyomhatatlanok, így azok sűrűségének megadásakor a hétköznapi gyakorlatban elegendő csupán azt a hőmérsékletet rögzítenünk, amelyen a szóban forgó sűrűség-érték érvényes.

A sűrűség meghatározásának elsődleges módszere az 1.1. definíción alapul: az illető anyagból egy bizonyos mintát veszünk, annak meghatározzuk a tömegét és a térfogatát, e két mennyiséget pedig elosztjuk egymással. A tömeg mérése mérleggel történik, a térfogat pedig a minta geometriájából következik. Folyadékok és gázok esetén ez utóbbi mennyiség a közeg által kitöltött tér térfogata, szilárd anyagok esetében pedig ha a minta nem szabályos geometriájú, akkor annak térfogatát a kiszorított folyadék térfogataként határozzuk meg.

A folyadékok sűrűségének alapvető módszere tehát a következő: veszünk egy mérőedényt, egy mérleg segítségével megmérjük annak  $m_t$  tömegét; ezt egyébként „tára”-tömegnek nevezik. Ezután az edényt feltöltjük a tanulmányozott folyadékkal. Ha a mérőedény skálázott, akkor leolvassuk a betöltött folyadék térfogatát; ha pedig az valamilyen névleges térfogattal rendelkező eszköz, akkor a feltöltés a kalibrációs jelleg kell történjen. Legyen ez a térfogat  $V$ . A folyadékkal töltött edény  $m_b$  „bruttó” tömegét is megmérjük, a bruttó tömeg és a tara különbsége a folyadéknak az 1.1. tört számlálóját jelentő  $m_n$  „nettó” tömegét adja.

Pontos, laboratóriumi mérésekre használt mérőedény az 1.1. ábrán látható piknométer. Ez egy üvegedény, amelynek csiszolt dugója van, a dugó belsejében pedig egy kapilláris van kiképezve. A piknométer táratömege a dugóval együtt értelmezendő (a vegyszereket tartalmazó edények táráját, ami a vegyszerek mennyiségének nyilvántartásához szükséges, a dugó nélkül szokás megadni). A méréskor a dugót kivesszük, a piknométert enyhén túltöltjük, majd a behelyezett dugó által kiszorított folyadékot egy szűrőpapírral vagy törlőronggyal felitatjuk. A sűrűség meghatározásához megmérjük a feltöltött és szárazra törölt piknométer tömegét, abból kivonjuk a táratömeget, majd a különbséget elosztjuk a piknométer térfogatával. A táratömeget az üres piknométer tömegének, a

térfogatát pedig egy ismert sűrűségű folyadékkal feltöltött piknométer tömegének megmérésével határozhatjuk meg.



*1.1. ábra. Egyszerű piknométer üres és feltöltött állapotában*

A piknométernek számos változata van. Mivel a sűrűség a hőmérséklet függvénye, a piknométert néha egy hőmérővel építik egybe.

A sűrűség egyszerűbb (és pontatlanabb) meghatározása a folyadék felszínén úszó testek merülési mélységének mérésével történik. A felszínen úszó testre ható hidrosztatikai felhajtóerő a test  $G = m \cdot g$  súlyával tart egyensúlyt. A felhajtóerő a kiszorított folyadék  $F_h = \rho \cdot g \cdot V_k$  súlyával egyenlő, ahol a  $V_k$  kiszorított térfogat a  $h$  merülési mélység függvénye. Az úszó test egyensúlyát leíró  $G = F_h$  egyenlethől egy olyan összefüggéshez jutunk, amely a sűrűséget a merülési mélység függvényében adja meg:

$$\rho = \frac{m}{V_k(h)}. \quad (1.2)$$

A  $V_k(h)$  függvény mibenléte az úszó test geometriájától függ. Ha a testnek a folyadékfelszínen mért keresztmetszete (az úszási keresztmetszete) állandó, akkor a kiszorítási térfogat a merülési mélység lineáris függvénye lesz, a test oldalán kiképzett lineáris beosztású skáláról pedig a sűrűség közvetlenül leolvasható. Az ilyen mérőeszközöket areométernek (denziméternek, úszó sűrűségmérőnek) nevezik; egy ilyen eszköz látható az 1.2. ábrán.



*1.2. ábra. Areométer és használata*

A bemutatott areométer egy zárt üvegcső, amelynek egyik végében viasszal rögzített ólomsörét-nehezék található. Ez a nehezék az úszó areométer függőleges helyzetben tartására szolgál. A cső másik, a folyadékfelszín fele eső részében egy csőszerűen összesodort papírra nyomtatott skála található, amelyet a folyadékfelszínen kell leolvasni.

A legegyszerűbb, kalibrálatlan areométer-verziók skálájáról a merülési mélységet lehet leolvasni, a sűrűséget pedig az areométer geometriájának és tömegének függvényében számíthatjuk ki. Könnyen készíthetünk ilyen készüléket egy kémcső felhasználásával. A gyakorlati hasznú areométerek skálájáról azonban a sűrűséget, vagy pedig bizonyos oldatok koncentrációját olvashatjuk le. Egy oldat sűrűsége ugyanis a koncentrációtól függ, így a koncentráció meghatározása sűrűségméréssel is megoldható. Ilyen módszerrel lehet megállapítani egy oldat, például a must cukortartalmát („mustfokoló”) vagy a tej zsírtartalmát, az alkoholos italok koncentrációját, az ólomakkumulátorokban levő kénsav koncentrációját (ami az akkumulátor töltöttségétől függ) és így tovább.

Az areométer skáláját kb. félmilliméteres pontossággal lehet leolvasni, az pedig véges hosszúságú. Emiatt egy-egy areométerrel csak meghatározott sűrűség tartományban lehet mérni, a skála tágítása a leolvasott értékek pontatlanságához vezetne.

Mivel a sűrűség a hőmérséklet függvénye, a pontosabb areométereket egy beépített hőmérővel látják el.

## 1.2. A viszkozitás

Az áramló folyadékok másik fontos tulajdonsága a viszkozitás: ez a belsejükben és a vezeték felületén fellépő súrlódás következtében fellépő ellenállás jelenti.

### 1.2.1. Rotációs viszkoziméterek

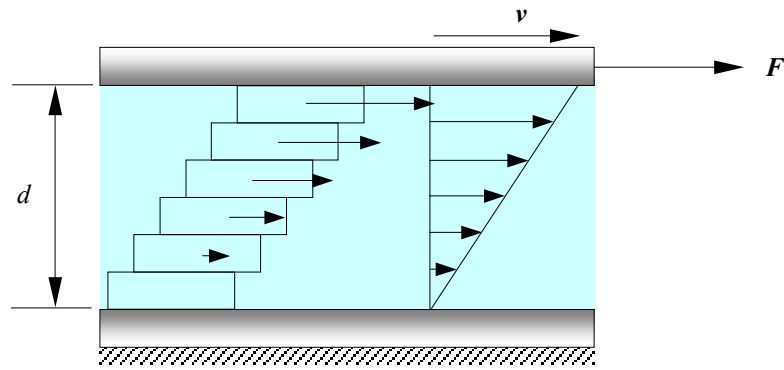
Amikor a folyadék áramlási sebessége nem halad meg egy bizonyos mértéket, akkor a tapasztalat szerint áramlás lamináris (réteges): a részecskék az áramlás irányában, egymással párhuzamosan mozognak, az áramló folyadék belsejébe juttatott megfestett folyadékszál csak csekély mértékben keveredik. E csekély mértékű keveredés a molekulák termikus mozgásával magyarázható.

Az 1.3. ábra a lamináris áramlás idealizált modelljét, a Couette-áramlást mutatja be: a két, nagy kiterjedésű sík felület  $v$  sebességű relatív elmozdulása a közrezárt folyadékban egy lamináris áramláshoz vezet. A két felület közvetlen közelében a fluidum molekuláinak átlagos sebessége megegyezik az adott felületek sebességével – ez a kísérletileg észlelt *tapadási* törvény. Az elmozduló réteg a szomszédos rétegen csúszva az ott fellépő súrlódás következtében azt is mozgásba hozza, így az áramlás a sík felületek által közrezárt folyadék teljes vastagságában észlelhető lesz. A mozgás egyenletessége miatt az áramlás keresztmetszetén sebességek eloszlása (vagyis a sebességprofil) lineáris lesz.

Az egyenletes mozgás fenntartásához egy bizonyos erő kifejtéséhez van szükség, mely a folyadék áramlása közben fellépő belső súrlódási erőt kell legyőzze. Ennek a *viszkózus* erőnek nagyságát Newton kísérletileg megállapított viszkozitási törvénye adja, az ábrázolt esetre felírva:

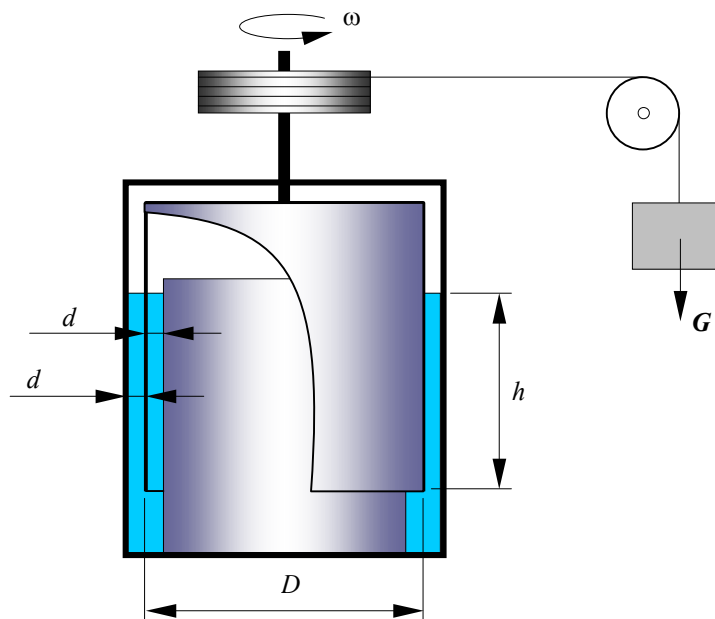
$$F = S \cdot \eta \cdot \frac{v}{d}, \quad (1.3)$$

ahol  $S$  a két sík egymással szemben álló közös felülete,  $\eta$ , pedig a folyadék dinamikai viszkozitása.  $\eta$ , akárcsak  $\rho$ , anyagi jellemző, amely a hőmérséklet és – rendszerint elhanyagolható mértékben – a nyomás függvénye. A dinamikai viszkozitás mértékegysége  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ . A nemzetközi mértékegységén kívül gyakran találkozhatunk CGS (centiméter–gramm–szekundum) rendszerben használt mértékegységével, a *poise*-zal:  $1 \text{ P} = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ .



**1.3. ábra.** Lamináris áramlás: a folyadék rétegek elmozdulása és a sebességprofil

A viszkozitást különböző viszkoziméterekkel mérik, mint például a rotációs Couette-féle viszkozitásmérő. Ennek működési elve az 1.3. ábrán látható áramlás kialakításán nyugszik. A készülék három koncentrikus hengerből áll, a közöttük levő térfogatot a mérendő folyadék tölti ki. A külső és a belső henger rögzített, a középső pedig egy vékony palást ami állandó  $n$  fordulatszámmal forog. A sebesség  $v/d$  gradiensét a forgó felület  $v = \omega \cdot D/2 = \pi \cdot n \cdot D$  kerületi sebességének és a két hengeres felület közötti  $d$  távolságnak a hányadosa adja. Ahhoz, hogy a kialakuló áramlás valóban az 1.3. ábrán látható sík áramláshoz hasonlítson, a  $d \ll D$  feltételnek teljesülnie kell. A forgó henger felületén fellépő viszkózus fékező erő egy nyomatékot fejt ki, amely a hengert forgató  $M$  nyomatékkal van egyensúlyban (1.4. ábra).

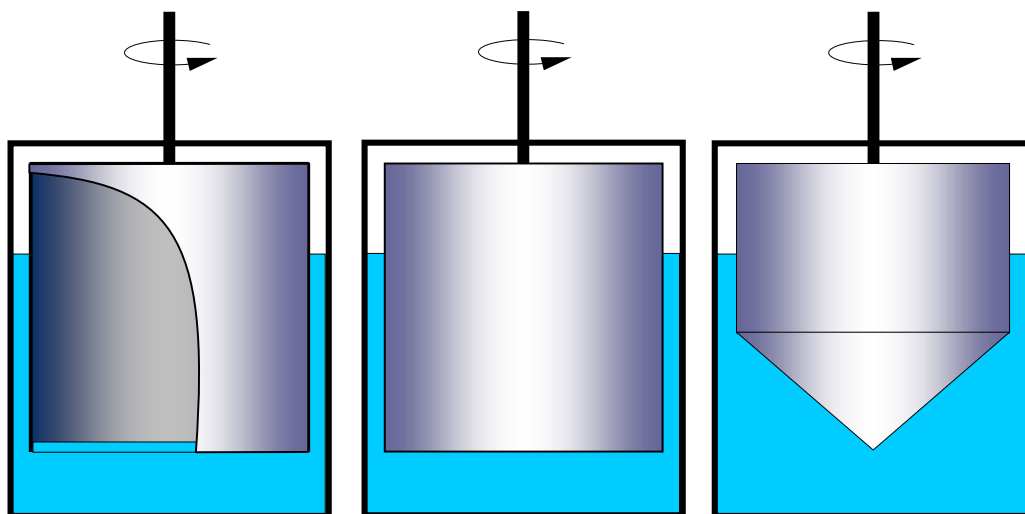


**1.4. ábra.** A Couette-viszkozitásmérő működési elve

A viszkózus fékezőerő 1.3. képletéből  $\eta$  kiszámítható; esetünkben, ha a középső hengerpalást vastagsága elhanyagolható, akkor  $S = 2 \cdot \pi \cdot D \cdot h$  (a palást mindkét oldalát figyelembe kell venni).

Egyszerűbb, de némileg pontatlanabb eszközhöz jutunk ha a forgó palást bűvárharang-szerűen légmentesen zár. Ilyenkor nincs szükség a belső hengerre, a pontatlanságokért pedig a harang belsejében felemelkedő folyadék felelős. Még egyszerűbb felépítésben a forgó henger tömör,

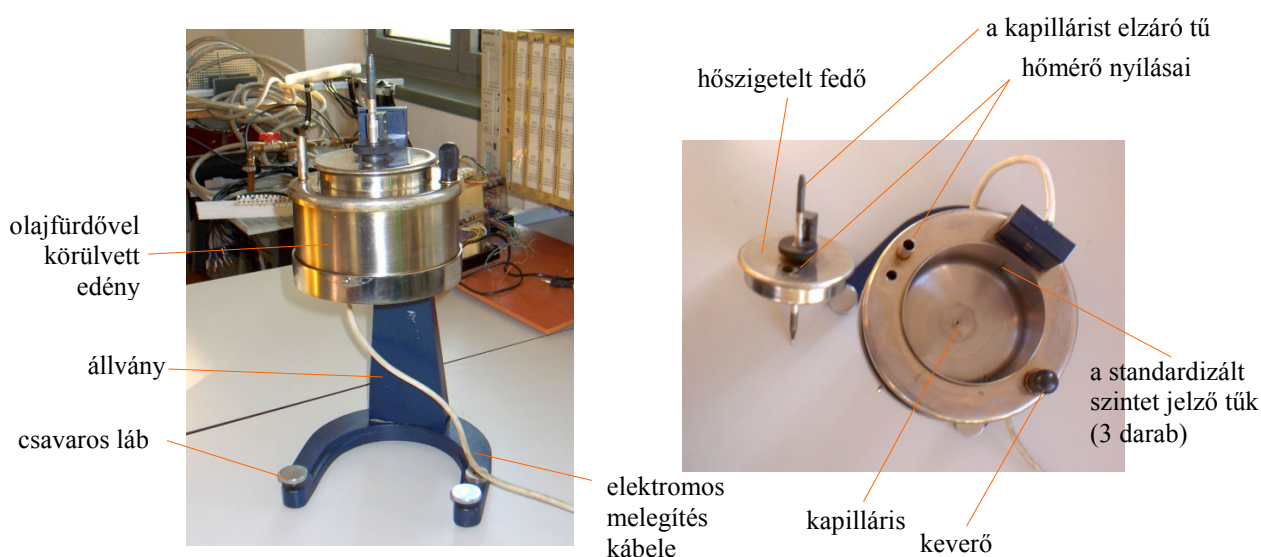
ilyenkor a mérés elvégzésekor a forgó henger alaplajjára kifejtett fékező hatást is figyelembe kell venni. Van olyan viszkoziméter is, amelynek a forgó része nem hengeres alakú (1.5. ábra).



1.5. ábra. A Couette-viszkoziméter változatai (rotációs viszkoziméterek)

### 1.2.2. Kapilláris-viszkoziméterek

A Couette-viszkoziméternél egyszerűbb készülékek is vannak. Ezek közül a műszaki gyakorlatban elterjedtebb az Engler-viszkoziméter. Ez egy állandó hőmérsékletű termosztát-edényből áll, amelynek alján egy kapilláris van (1.6. ábra). A viszkoziméter felépítése és a mérés folyamata szabványosított. A mérés során a kapillárison keresztül egy adott térfogatú folyadékmennyiséget (2 dL) hagyunk kifolyni. A viszkozitást a folyadék kifolyási idejének és az azonos térfogatú 20 °C hőmérsékletű desztillált víz kifolyási idejének hányadosa adja, amelyet Engler-fokban (°E) adnak meg. Ez a hányados tulajdonképpen a relatív viszkozitást adja, ezt át lehet számítani a tulajdonképpeni viszkozitásra.

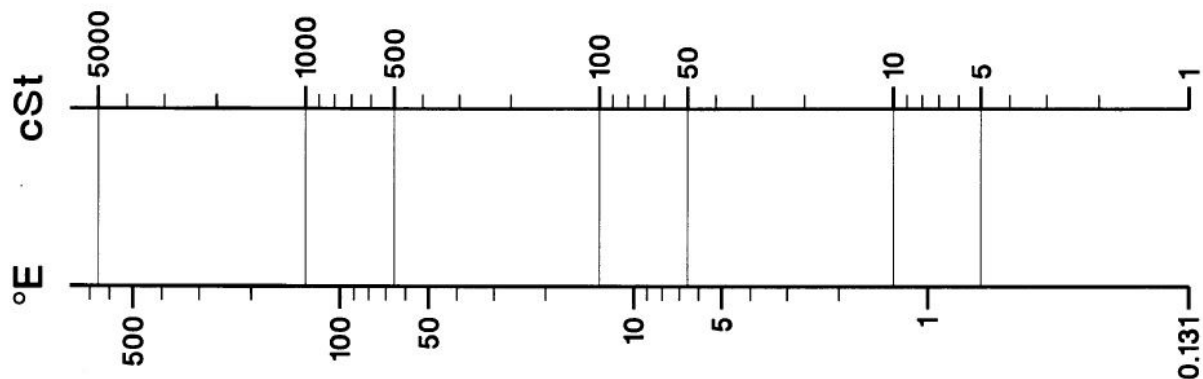


1.6. ábra. Engler-viszkoziméter



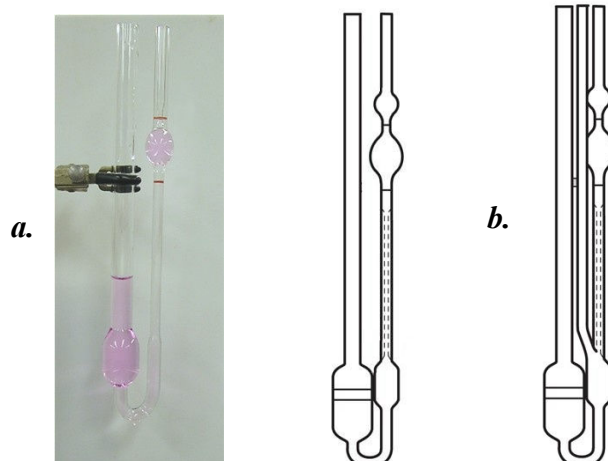
Az 1.7. ábrán egy gyakorlati hasznú nomogramot láthatunk, amely segítségével az Engler-fokban megadott viszkozitást cSt-ra lehet átszámolni. A St (stokes) a kinematikai viszkozitás CGS egysége,  $1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ . A kinematikai viszkozitás a dinamikai viszkozitás és a sűrűség hányadosa:

$$v_k = \frac{\eta}{\rho}. \quad (1.4)$$



**1.7. ábra.** Engler-fok átszámítására szolgáló nomogram

Az Engler-viszkozimétert a kapilláris-viszkoziméterek kategóriájába sorolják, mivel a viszkozitás mértékéről egy adott folyadékmennyiségnek egy kapillárison történő átfolyás időtartama alapján következtetünk. Ugyanebbe a kategóriába tartozik az Ostwald- és az Ubbelohde-viszkoziméter is. Klasszikus formájukban ezek olyan U alakú üvegcsővek, amelyeknek egyik szárába egy kapilláris csőszakasz van beépítve (1.8. ábra).



**1.8. ábra.** Ostwald-viszkoziméter fényképe és vázlata (a.) és az Ubbelohde-viszkoziméter vázlata (b.)

Az Ostwald-viszkoziméterben a folyadék a jobb oldali ágban levő tartályból saját súlyának hatására átfolyik a baloldali ágba. A viszkozitás meghatározásához azt az időt kell megmérni, míg a folyadékszint a jobb oldali ág felső jelétől az alsóig süllyed. Ezalatt a kapilláris két vége közötti nyomáskülönbség folyamatosan csökken, mivel a jobb oldali ágban a szint folyamatosan süllyed, a baloldaliban pedig folyamatosan emelkedik. A méréseket eléggé körülményes elvégezni, ugyanis a folyadékszintet mindkét ágban meghatározott határok között kell tartani. Ezen a helyzeten javít az Ubbelohde-viszkoziméter harmadik, a kapilláris alá csatlakozó ága, amely a környezettel (az atmoszférával) áll közvetlen kapcsolatban: ekkor a kapilláris alján a nyomás mindig a légköri nyomás, a nyomáskülönbség, aminek hatására a folyadék átfolyik, csakis a jobb oldali ágban mért folyadékmagasságtól függ.

E viszkoziméterek elméleti alapját a körkeresztmetszetű csövekben történő lamináris áramlást leíró Hagen-Poiseuille törvény jelenti. E szerint a kapillárisban áramló folyadék átlagos áramlási sebessége

$$v = \frac{\Delta p}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot R^2, \quad (1.5)$$

ahol  $\Delta p$  a kapilláris két vége közötti (változó, folyamatosan csökkenő) nyomáskülönbség,  $l$  a kapilláris hossza,  $R$  pedig annak sugara. Az átfolyó folyadékmennyiséget a 4.5. kifejezés időbeni integrálja adja, ahol végül is a  $\Delta p$  nyomáskülönbség a szintkülönbségek (geometriai méretek) és a folyadék sűrűségének függvényében adható meg. Ha a szintkülönbségeket standardizáljuk, akkor végső soron egy

$$v_k = k \cdot t. \quad (1.6)$$

formulához jutunk, ahol a  $k$  együttható csak a készülék geometriájától (és a gravitációs gyorsulástól) fog függeni,  $t$  pedig az az idő, amely alatt a folyadék a felső jelétől az alsóig süllyed. A viszkoziméter  $k$  állandóját egy ismert kinematikai viszkozitású folyadék mérésével lehet meghatározni (vagyis a viszkozimétert kalibrálni).

Mivel a viszkozitás a hőmérséklet függvénye, e készülékeket termosztatikus folyadékfürdőbe szokás meríteni.

### 1.2.3. Eső testes viszkoziméterek

A gyakorlatban több egyéb fajta viszkozitásmérő is elterjedt, amelyek például egy rögzített méretű és tömegű test, például golyó süllyedési sebességének alapján állapítják meg a folyadék viszkozitását. Ilyen például a Höppler-viszkoziméter, amely egy enyhén megdőntött üveghengerből áll, amelyet a mérendő folyadék tölt ki. Működési elve a Stokes-kísérleten alapul: a hengerbe egy kalibrált golyót ejtünk, amelynek esési sebességét a közegellenállás hamarosan állandósítja. A viszkozitás megállapítása az állandósult sebesség mérésével történik: tulajdonképpen azt az időt mérik meg, amely alatt a golyó megteszi a henger falán levő két bekarcolt jel közötti ismert távolságot. Az üveghenger enyhe megdőntése az átlátszatlan vagy sötét folyadékok tanulmányozásakor szükséges (1.9. ábra).

A mérendő folyadékot tartalmazó üvegcsövet egy vízzel teli köpeny veszi körül, az ebben keringetett vízzel lehet a kívánt hőmérsékletet beállítani (a gumicsövek csatlakozói a köpeny bal alsó részén láthatók). A köpeny a mintát tartalmazó csővel együtt  $180^\circ$ -kal elfordítható (fejreállítható), így a már leesett golyót újból esésre lehet készíteni. A cső tengelye döntve van, de méréskor az függőleges síkban kell legyen: a beállítást az állvány alján levő csavaros lábakkal lehet elvégezni, az átfordítás utáni pozíciót pedig egy rugós retesz rögzíti, ami az állvány jobb oldalán látható.

A készülékhez tartozik néhány, kalibrált és simára csiszolt üveg- és acélgolyó. A méréshez használt golyót a folyadék viszkozitásához kell igazítani, ugyanakkora átmérő mellett a könnyebb üveggolyó lassabban süllyed, mint az acélgolyó.



**1.9. ábra.** Höppler-viszkóziméter fényképe

A készülék működési elvének alapján a folyadékban  $v$  sebességgel haladó  $r$  sugarú gömbre ható közegellenállási erőt adó Stokes-képlet áll, mely szerint ez az erő

$$F_e = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v. \quad (1.7)$$

Midőn a közegellenállás a golyó saját  $G = \rho_g \cdot V_g \cdot g$  súlyával és a golyóra ható  $F_f = \rho_f \cdot V_g \cdot g$  felhajtóerővel egyensúlyba kerül, az állandósult sebesség mérésével az  $F_e = V_g \cdot (\rho_g - \rho_f) \cdot g$  egyenlőségből a dinamikai viszkozitás meghatározható, ahol  $\rho_g$  a golyó anyagának,  $\rho_f$  pedig a folyadék sűrűsége,  $V_g$  a golyó térfogata. A sebességet a két jel közötti  $d$  távolság és a süllyedés  $t$  idejének hányadosa adja. Ezen esetben is a viszkozitást egy egyszerűsített,

$$\eta = k \cdot t \cdot (\rho_g - \rho_f) \quad (1.8)$$

formában is megadhatjuk, ahol  $k$  a készüléknek egy adott átmérőjű golyóra érvényes konstansa.

Az 1.7. elméleti képlet akkor érvényes, midőn a golyó végtelen nagy térben mozog. A készülékben azonban a golyó egy szűk csőben esik, ráadásul annak megdöntése miatt annak a fala mentén. Ezek miatt az 1.8. képlet konstansát nem számítással, hanem ismert viszkozitású folyadékkal történő méréssel (kalibrálással) határozzuk meg.

Hasonló elven működnek az eső dugattyús viszkóziméterek.

Megjegyzendő, hogy léteznek még más elven működő viszkóziméterek is. A torziós viszkóziméterrel például egy torziós szálra függesztett hengeres test alternáló forgómozgásának csillapodásából számíthatjuk ki a viszkozitást, míg a vibrációs viszkóziméterek esetében a folyadékba merülő lemezke csillapított sajátfrekvenciájából (rezonáns frekvenciájából) következtethetünk arra.

### 1.3. A gyakorlat célja

A gyakorlat céljai a sűrűség hőmérsékletfüggésének areométerrel történő tanulmányozása, illetve ismerkedés az Engler- és a Höppler-viszkóziméterekkel.

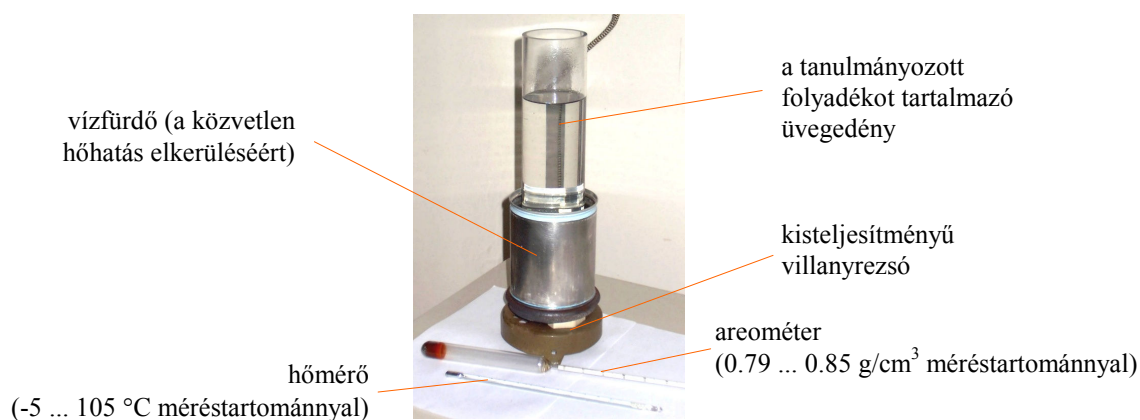
Az areométert egy motorolajjal (5W-20) teli edénybe merítjük, amelyet kezdetben hideg és amelyet fokozatosan felmelegítünk egy rezsó segítségével. A hőmérsékletet egy bothőmérővel, a sűrűséget pedig egy denziméterrel követjük.

Ezalatt az idő alatt az Engler-viszkoziméterrel meghatározzuk a víz, majd egy motorolaj (az előbbi kísérletben használt 5W-20) kifolyási idejét. Mivel a motorolaj kifolyása igen hosszú időt vesz igénybe, azalatt az idő alatt más kísérleteket végzünk.

A Höppler-viszkozimétert olajjal töltjük fel, a méréseket különféle golyókkal végezzük el.

#### 1.4. A kísérleti berendezés bemutatása

A kísérleti berendezés a következőkben felsorolt eszközökből áll. Az 1.10. ábrán egy villanyrezsóra helyezett edény látható, amelyben olaj van. Az olajba egy areométer merül, a hőmérsékletét pedig egy bothőmérővel mérjük. Az olajat lassan melegítjük, időnként leolvassuk a hőmérsékletet és a sűrűséget.



**1.10. ábra.** Areométeres sűrűségmeghatározás

A második használt eszköz az 1.11. ábrán látható egyszerű Höppler-viszkoziméter. A viszkoziméter kapcsolószekrénybe való ásványolajat (80W-90) tartalmaz, amelynek a sűrűsége szobahőmérsékleten  $\rho_f = 906 \text{ kg/m}^3$ , dinamikai viszkozitása  $\eta = 0.486 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , kinematikai viszkozitása pedig  $\nu_k = 5.36 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ . A mintát tartalmazó csőbe behelyezzünk egy üveggolyót, a viszkozitás ismeretében meghatározzuk a megfelelő  $k$  állandót. E meghatározást egy másik golyóra is elvégezzük.



**1.11. ábra.** Höppler-viszkoziméter

A golyók tulajdonságait (átmérő, térfogat, tömeg, sűrűség) az 1.1. táblázat tartalmazza.



Golyó	$\phi$ (mm)	$V$ (mm <sup>3</sup> )	$m$ (g)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
1.	15.55	1968.7	15.998	8122
2.	14.99	1763.6	14.317	
3.	14.52	1602.9	13.017	
4.	9.99	522.0	4.240	
5.	15.80	2065.2	4.988	2415
6.	15.62	1995.5	4.817	2098

**1.1. táblázat.** A Höppler-viszköziméterrel használt golyók

A harmadik használt eszköz az 1.6. ábrán látható Engler viszköziméter, amelyet egy 2 dL űrtartalmú edény egészít ki (azzal fogjuk fel a viszköziméterből kifolyó folyadékot).

### 1.5. A mérések menete

Mivel az Engler-viszköziméteres mérés lassú folyamat, elsőként azt indítjuk el, az olaj lecsepegésének időtartama alatt pedig elvégezzük a többi kísérletet.

Először is tehát az Engler-viszköziméterről levesszük a fedőt, a kapillárist elzárjuk a tűjével és az edényt a szintjelző tűkig feltöltjük vízzel. Ezután a láb két csavarját addig állítgatjuk, míg mind a három tű éppen a víz felszínét éri. Ekkor a viszköziméter edénye éppen vízszintes. A beállítás közben, ha szükséges, a fölösleges vizet leeresztjük vagy a hiányt pótoljuk. Ha az edény már vízszintes és a víz a jelig van, akkor a viszköziméterre rátesszük a fedőt (ráhúzzuk a kapilláris tűjére). A tűt ezután felemeljük és megmérjük azt az időt, mialatt a folyadékot felfogó edényben 2 dL víz gyűl össze. E mérés után az viszköziméter edényéből kieresztjük a maradék vizet is, majd kiürítjük a folyadékot felfogó edényt és mindkettőt szárazra töröljük. Gondoskodunk arról is, hogy a kapilláris is száraz legyen. Ezután a viszköziméterről levesszük a fedőt, behelyezzük a kapillárist elzáró tűt és feltöltjük olajjal egészen a jelig. E műveletek alatt gondoskodunk arról, hogy a viszköziméter ne mozduljon el, ezért a vízszintes helyzetbe való állítást nem kell megismételni. A fedőt visszahelyezzük, a tűt felemeljük és azzal egyidőben elindítjuk a stopperórát.

Míg az olaj csepeg, a rezsóra állítjuk az olajat tartalmazó edényt és behelyezzük az areométert és a bothőmérőt. Leolvassuk a hőmérsékletet és a sűrűséget (egy kis ideig várakoznunk kell, míg a hőmérő felveszi az olaj hőmérsékletét). Ezután a rezsót a 220 V-os hálózathoz csatlakoztatjuk, az olajat lassan melegítjük, időnként leolvassuk a hőmérsékletet és a sűrűséget. 70 °C -nál a balesetek elkerülése végett megállunk.

Az olaj melege alatt a Höppler-viszköziméter edényét megtöltjük olajjal (80W-90), majd behelyezzük az egyik üveggolyót. Háromszor-négyszer megmérjük azt az időt, amely alatt az első golyó a két jel között áthalad. Ezután az a golyót kicseréljük, a méréseket pedig megismételjük.

### 1.6. Az adatok feldolgozása

Az Engler-viszköziméterrel megmértük 2 dL víz kifolyásához szükséges  $t_v$  időt és 2 dL motorolaj kifolyásához szükséges  $t_o$  időt. Az olaj viszkozitását Engler-fokokban kifejezve a  $t_o / t_v$  hányados adja, amelyet az 1.7. nomogram segítségével stokes-ra, az  $1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{s}$  átalakítással pedig SI-egységekre alakítunk át.

A Höppler-viszkoziméterrel golyónként megállapítunk egy átlagos  $t$  esési időt, majd a használt golyó anyagának sűrűségével és a folyadék dinamikai viszkozitásának ismeretében az 1.8. képletből meghatározzuk a megfelelő  $k$  állandót.

Az areométerrel megmért  $\rho$  sűrűséget és a hőmérővel megmért megfelelő  $T$  hőmérsékletet az 1.2. táblázatba foglaljuk, majd a mérések befejezése után megrajzoljuk a  $\rho(T)$  görbét.

mérés	1.	2.	3.	4.	.....	
$T$ (°C)						
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )						

**1.2. táblázat.** *A víz sűrűsége a hőmérséklet függvényében*

### 1.7. Irodalom

1. Kakucs András: *Áramlástan* (1. fejezet), Scientia, Kolozsvár, 2007

## 2. MANOMÉTEREK KALIBRÁLÁSA

### 2.1. Pascal törvénye és a hidrosztatikai erő

A hidrosztatika alaptörvénye a legáltalánosabb formájában egy bonyolult matematikai formula, differenciál-egyenlet:

$$\text{grad} \int_0^p \frac{1}{\rho} dp = \mathbf{f} . \quad (2.1)$$

Ez az egyenlet a hidrosztatikai nyomás és az azt létrehozó, gyorsulás jellegű fajlagos térfogati erők között teremt összefüggést.

E formula valamivel egyszerűbbé válik amikor a fluidum (folyadék)  $\rho$  sűrűsége állandó; ekkor az alaptörvényt

$$\frac{1}{\rho} \cdot \text{grad} p = \mathbf{f} \quad (2.2)$$

formában kapjuk.

A gyakorlatban a legtöbbször a hidrosztatikai nyomást a fluidum saját súlya hozza létre, ekkor a fajlagos térfogati erő a gravitációs gyorsulással azonos. Amennyiben a sűrűség állandó, akkor az alaptörvény még egyszerűbb,

$$p = p_0 + \gamma \cdot h \quad (2.3)$$

képlet, ahol  $\gamma = \rho \cdot g$  a folyadék fajsúlya,  $h$  a folyadék felszínétől mért mélység,  $p_0$  pedig a felszíni nyomás.

Bizonyos esetekben a  $\gamma \cdot h$  szorzat elhanyagolható vagy pedig csak elhanyagolható mértékben változik a tanulmányozott fluidum belsejében, ekkor az alaptörvény az egyszerű

$$p = p_0 \quad (2.4)$$

egyenlőségre redukálódik, amelyet Pascal törvényének neveznek. E szerint a fluidum belsejében, annak bármely pontjában és bármilyen irányban a nyomás állandó,  $p_0$  intenzitású.

Pascal törvénye nyilvánvalóan egy megközelítés, azonban gyakran használják, amikor hidraulikus körök, hidrosztatikus rendszerek tanulmányozásáról van szó.

A hidrosztatikai nyomásból valamely  $S$  felületen egy hidrosztatikai erő származik:

$$\mathbf{F} = - \int_S p \cdot \mathbf{n} dS . \quad (2.5)$$

Amennyiben elfogadjuk Pascal törvényének érvényességét, úgy

$$\mathbf{F} = -p \cdot \int_S \mathbf{n} dS , \quad (2.6)$$

és ha a felület sík, akkor az

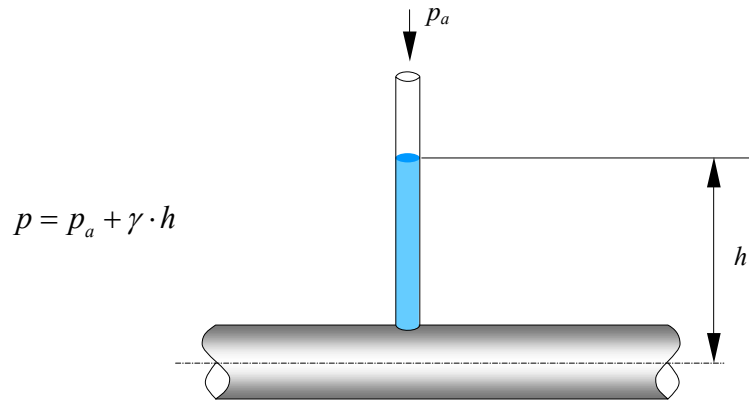
$$F = p \cdot S \quad (2.7)$$

formulákhoz jutunk.

## 2.2. A nyomás mérése

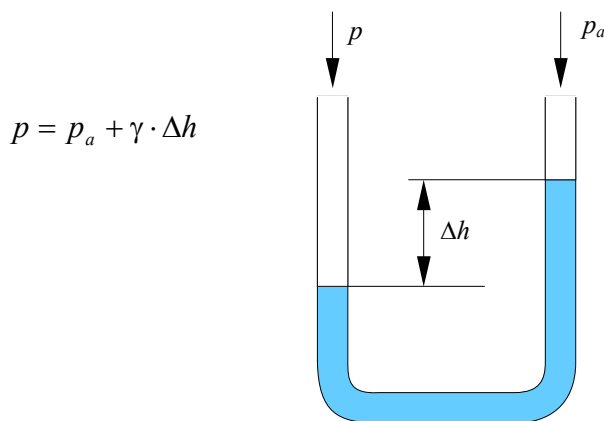
### 2.2.1. Folyadékmanométerek

A hidrosztatikai nyomás mérése a legegyszerűbben egy, a mérendő nyomású térhez csatlakoztatható csővel történik: a felemelkedő folyadékoszlop magasságából származó nyomás a mérendő és az atmoszférikus nyomás különbségével azonos (2.1. ábra). A képletben szereplő  $\gamma$  a mérendő nyomású térből kiáramló folyadék fajsúlya.



2.1. ábra. Piezométer

A piezométer továbbfejlesztett változata az U-csöves manométer (2.2. ábra): az U alakú csőben valamilyen mérőfolyadék van, amelynek a formulában szereplő  $\gamma$  fajsúlya különbözhet a mérendő nyomású térben levő folyadékétól, ugyanakkor e megoldás a gázok nyomásának megmérést is lehetővé teszi. Az U-csövet gumicsövekkel csatlakoztathatjuk, és két pont (például: tartály) közötti nyomáskülönbség megmérése is alkalmas. A nyomáskülönbség mérésére használható készülékeket egyébként differenciál-manométernek nevezik.



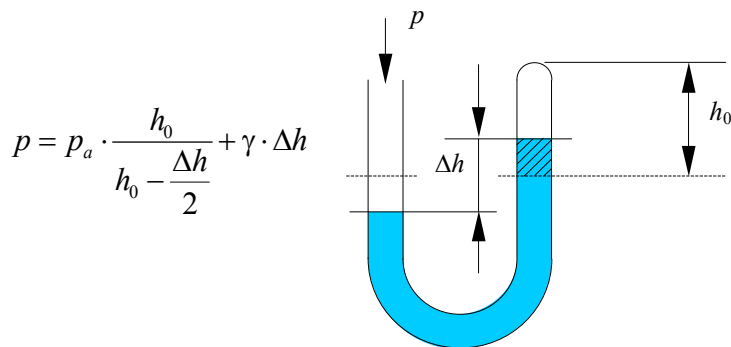
2.2. ábra. Nyitott folyadékmanométer

Mivel a folyadékok fajsúlya nem választható meg tetszőlegesen, a gyakorlati célokra használható piezométerekkel és nyitott folyadékmanométerekkel csak kis nyomásokat és nyomáskülönbségeket mérhetünk. A legnagyobb sűrűséggel rendelkező, szobahőmérsékleten folyékony anyag a higany ( $\rho = 13550 \text{ kg/m}^3$ , ami a víz sűrűségének 13.55-szöröse): a légköri nyomással (kb. 1 bar) 0.76 m magas higanyoszlop tart egyensúlyt. A higany használatát



megnehezíti annak mérgező volta, ami miatt a higanyos eszközöket folyamatosan kivonják a forgalomból.

Nagyobb nyomások mérésére a zárt folyadékmanométer használhatjuk (2.3. ábra). A megadott formulában  $p_a$  a cső zárt végében levő gáznak az egyensúlyi helyzetben mért nyomását jelenti (amellyel akkor rendelkezik amikor mindkét ágban a mérőfolyadék szabad felszíne ugyanabban, a szaggatott vonallal jelzett magasságban van). A formulából is kitűnik, hogy eltérően az eddigi esetektől a mért nyomás és a szintkülönbség között most nincs egyenes arányosság, lineáris kapcsolat. Minél nagyobb a mérendő  $p$  nyomás, annál kisebb mértékben változik  $\Delta h$ , tehát annál pontatlanabban tudjuk megállapítani a mérendő nyomás nagyságát.



2.3. ábra. Zárt folyadékmanométer

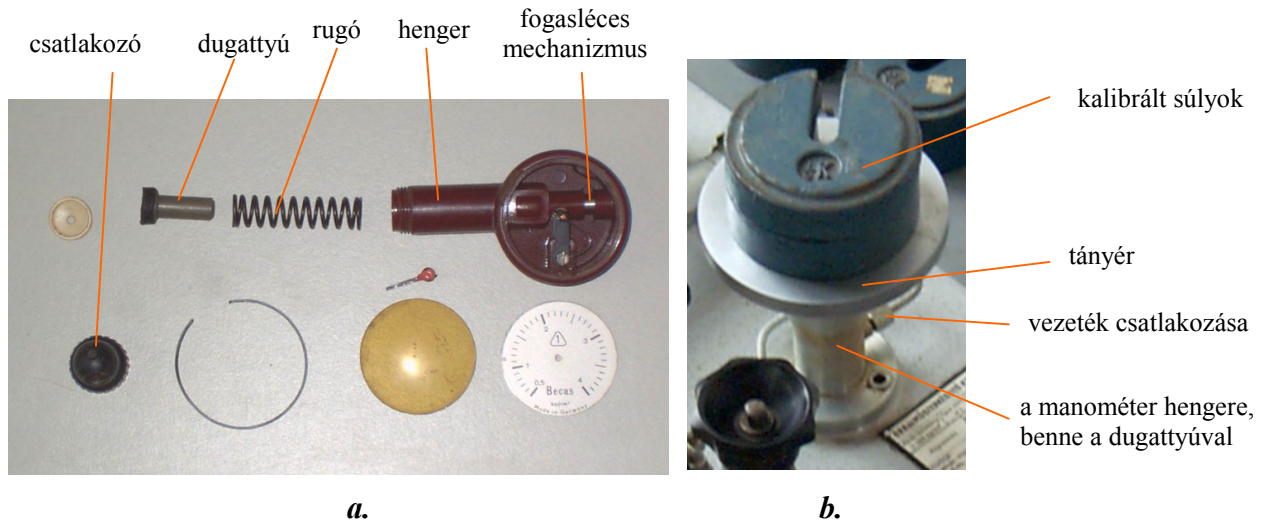
### 2.2.2. Mechanikus manométerek

Következtetésként elmondhatjuk, hogy folyadékmanométerekkel nem tudunk nagyobb nyomásokat mérni; e célból mechanikus szerkezeteket, fémmanométereket szoktak használni. E készülékek működési elvét a nyomásból fakadó hidrosztatikai erő által okozott alakváltozás vagy elmozdulás és a mért nyomás közötti arányosság jelenti. Három fő típusa van, a ritkán használt dugattyús manométer, a membrános manométer és a Bourdon-csőves manométer.

A dugattyús manométer egy olyan hengerből áll, amelyet egy rugóval terhelt dugattyú zár le. A dugattyúra ható erő egyenesen arányos a rá ható hidrosztatikai nyomással (2.7. képlet), a rugó alakváltozása pedig egyenesen arányos a rá ható erővel ( $F = k \cdot \Delta l$ , ahol  $k$  a rugóállandó, másképpen a rugó merevsége). Végző soron tehát a dugattyú  $\Delta l$  elmozdulása a  $p$  nyomással lesz arányos, tehát az elmozdulás mérése alapján következtethetünk a mérendő nyomás nagyságára. A dugattyú elmozdulását egy fogaskerekes szerkezet egy tű elfordulásává alakítja át, az elmozdulás mértékét pedig egy skálán, nyomásegységekben olvashatjuk le. E készülék gyenge pontja a dugattyú tömítése: ha azt annyira tömítjük, hogy ne szivároгjon, akkor szorítani fog, ami pontatlanságokat visz be a mérések során. Éppen ezért a rugóterhelésű dugattyús manométert csak ritkán használják, ilyen például a 2.4. ábra bal oldalán látható készülék amit a keréknyomás ellenőrzésére használnak. E készüléknél a manométer tűje a visszaállításáig a legnagyobb mért nyomásnál áll.

A dugattyús manométer azonban fontos eszköz maradt, de nem a rugó-, hanem a súlyterhelésű változatában (a 2.4. ábra jobb oldalán). Ezzel tulajdonképpen a nyomást nem mérjük, hanem beállítjuk, méghozzá egész pontosan: amennyiben a dugattyú keresztmetszete  $S$  és a dugattyú és az azt terhelő súly nagysága  $G$ , akkor a létrehozott nyomás  $p = G/S$  lesz. A pontosság megköveteli, hogy a dugattyú ne szoruljon: az bizonyos játékkal illeszkedik a hengerrel és emiatt enyhén szivároг. A henger és a dugattyú minél közelebb kell álljon a függőlegeshez,

egyrészt hogy a terhelő erő ténylegesen a  $G$  súly legyen és ne annak csak a készülék tengelyére eső vetülete, valamint hogy a tengelyre merőleges vetülete ne okozza a dugattyú súrlódásos fékezését.



**2.4. ábra.** Dugattyús manométer (a. – rugóterhelésű; b. – súlyterhelésű)

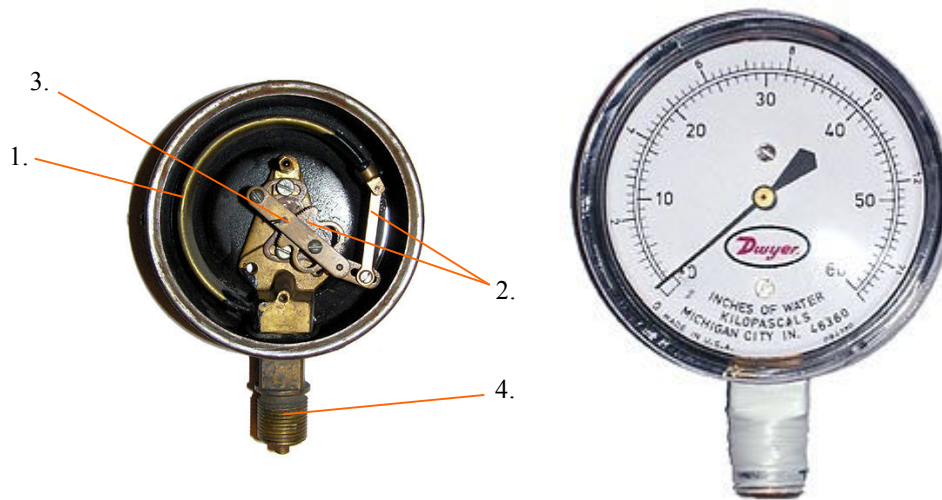
A membrános manométerek, mint nevük is mutatja, egy rugalmas membránnal zárt szelencére épülnek. A membrán két oldalán ható nyomáskülönbség miatt az alakváltozást szenved, az alakváltozás pedig a nyomáskülönbséggel arányos. A 2.5. ábrán egy ilyen készülék (tulajdonképpen: egy aneroid barométert, légnyomásmérő) szerkezetét láthatjuk. Az érzékenység növelésének céljából ennek több (tíz), „sorba kapcsolt” membránja is van.



**2.5. ábra.** Membrános manométer (barométer)

A leggyakoribb manométer-típus a Bourdon-csőes. Ennek a nyomásérzékelő eleme egy ellapított, körívesen meghajlított cső (a Bourdon-cső). Ha e cső nyomás alá kerül, akkor a keresztmetszete megpróbál kikerekedni, az íves szakasz meg kiegyenesedni, akárcsak a csigaszerűen feltekert ellapított papírcső a gyereksípon. A csővég elmozdulását egy emelő, fogaskerék-átvételes szerkezet felnagyítja és elfordulássá alakítja, a szerkezet tengelyére erősített tű egy skálán mutatja a nyomást (2.6. ábra). Az ábrán az 1 szám jelöli a Bourdon-csövet, 2 az elmozdulást felnagyító mechanizmust, 3 a tű tengelyét. A manométer egy fémdobozban van és a skálát egy átlátszó fedél védi. A manométert egy menetes csonkkal lehet csatlakoztatni (4). A

jobboldali fényképen látható a tű és a skála; ezen a skálán két a nyomást két mértékegységben (hüvelykben megadott vízoszlop-magasságként, illetve a SI-mértékegység kPa-ban) lehet megadni.



**2.6. ábra.** Bourdon-csöves manométer

### 2.2.3. Alacsony nyomások mérése

A nagyon alacsony nyomás, vákuum mérésére a felsorolt manométer-típusok nem alkalmasak: ilyen esetben más megoldásokhoz kell folyamodnunk. A nagyon alacsony nyomások mérésére használt legelterjedtebb a Pirani-vákuumméter, amely egy elektromosan melegített fémszálból (szokás szerint platina-szálból) áll. E szál elektromos ellenállása a hőmérséklettel változik. A szál elektromos áram izzítja, a keletkező hő pedig a környező ritka gáz szállítja el és azzal hűti. A hűtés annál hatásosabb, tehát az elektromos ellenállás annál kisebb, minél nagyobb a gáz nyomása. E készülék érzékeny a gáz kémiai összetételére és a hőmérsékletére is.

### 2.2.4. Nyomásérzékelők

A nyomásérzékelők olyan készülékek, amelyek a nyomást azzal arányos elektromos jellel alakítják át. Ezek az érzékelők különféle megoldású eszközök, azonban közös vonásuk az, hogy a nyomás hatására létrejövő alakváltozást vagy elmozdulást alakítják át elektromos jellé. Legelterjedtebb típusaik a piezoelektromos és a piezorezisztív eszközök.

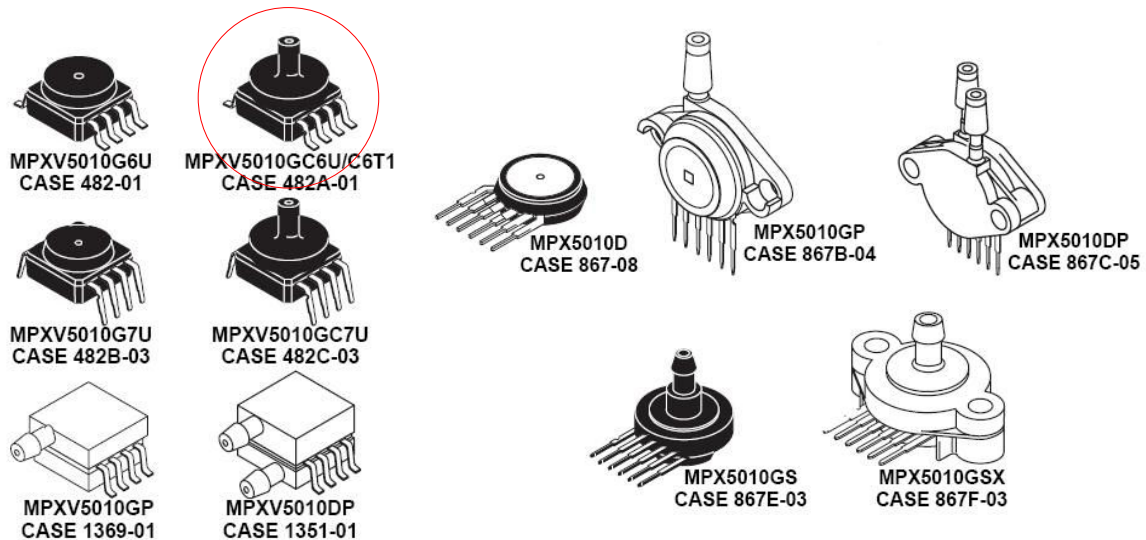
A piezoelektromos eszközökben egy piezoelektromos anyagból készült érzékelő van. Piezoelektromos tulajdonságokkal rendelkezik például a kvarckristály: ha a megfelelő irányban terheljük (erőt gyakorolunk rá), akkor annak adott két oldala között elektromos feszültségkülönbség jelenik meg. A jelenség megfordítható: ha az utóbbi két oldalra feszültséget kapcsolunk, akkor a kristályt alakváltozásra kényszeríthetjük.

A piezorezisztív eszközök a mérőbéllyegek elvén működnek. A mérőbéllyegeket az alakváltozást szenvedő test felületére ragasztjuk és az a testtel együtt deformálódik. A mérőbéllyeg vékony fémszálat tartalmaz, amely az alakváltozás hatására megnyúlik és egyben elvékonyodik, emiatt az ellenállása megnő. A piezorezisztív érzékelőkben a fémszál helyét félvezető veszi át, így az érzékenység körülbelül ötvenszeresére növekedik.

Úgy a piezoelektromos, mint a piezorezisztív nyomásérzékelőket integrált áramkör formájában forgalmazzák, amelyek gyakran linearizáltak és hőmérséklet-kompenzááltak, esetleg digitális jelet adnak.

Az alábbiakban az elkövetkezendő laborgyakorlatokban gyakran használt Freescale MPX nyomásérzékelők egy képviselőjével, a 0.1 bar=10 kPa felső nyomáshatárral rendelkező MPX5010 szenzorral ismerkedhetünk.

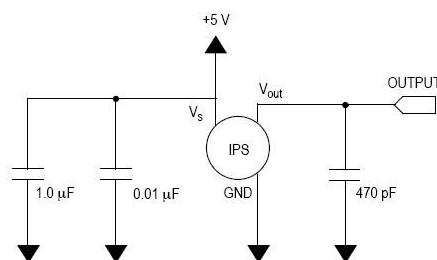
Ez egy integrált piezorezisztív érzékelő, amely többfajta tokozásban is forgalomban van (2.7. ábra). Az általunk használt szenzor a bekarikázott tokozással rendelkezik, mint láthatjuk, nyolc elektromos és egy nyomás-csatlakozója van.



2.7. ábra. MPX nyomásérzékelők

Az érzékelőket a katalógus „abszolút” és „differenciális” kategóriákra osztja, aszerint, hogy egy vagy két nyomáscsatlakozójuk van. A valóságban ezek az érzékelők, a csatlakozók számától függetlenül mind differenciálisak – az egyetlen csatlakozóval rendelkezőkön a nyomásnak kitett oldallal ellentétesen van egy nyílás, amelyen keresztül az integrált áramkörben levő chipen kialakított membrán terheletlen oldala a légkörrel kommunikál, s így azok az atmoszférikus nyomáshoz viszonyított relatív nyomást (és nem az abszolút nyomást) mérik.

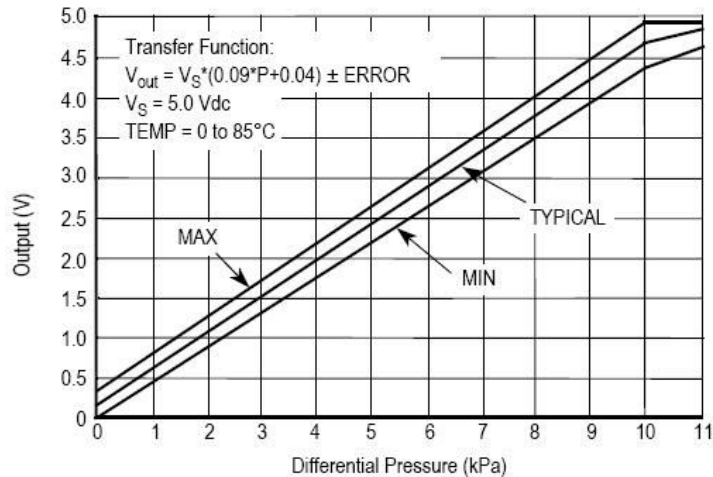
A szenzorok elektromos csatlakozóinak száma hat vagy nyolc, de ezek közül mindig csak három van használatban (2.8. ábra). A hatlábú szenzorok első lába a nyomással lineárisan arányos kimenet, a második lába a test és a harmadik az 5 V -os betáplálás. A nyolc lábú szenzorok második lába a betáplálás, a harmadik a test és a negyedik a kimenet. Az első lábat egy kis bemaérés jelzi. A hatlábú szenzor csatlakozói egy sorban vannak, a nyolclábúaké pedig kettőben, ez utóbbi esetben a számozás körkörösén halad. A nem használt csatlakozókat nem kell és nem szabad sehova sem kötni, mivel azok az integrált áramkörhöz ténylegesen csatlakoznak.



2.8. ábra. A szenzor bekötése

A bekötendő elektromos csatlakozókat deparazitáló kondenzátorokkal illik bekötni, a zavaró jelek minimalizása céljából hasznos árnyékolt vezetéseket használunk. Az ábrán az „IPS” rövidítés integrált nyomásérzékelőt (integrated pressure sensor) jelent.

A szenzor kimeneti jele analóg, az a nyomással arányos feszültség. A szenzor karakterisztikája lineáris (2.9. ábra).



2.9. ábra. A szenzor jelleggörbéje

A jelleggörbék meredeksége jó közelítéssel azonos, azonban a nulla nyomásnak megfelelő feszültség (a zérus abszcisszának megfelelő ordináta) szenzoronként változik. Amennyiben ez az ordináta, zérus nyomásnak megfelelő kimeneti feszültség nagyobb mint zéró, úgy a szenzor karakterisztikája a vízszintes tengelyig meghosszabbítható és az fordított irányú nyomás mérésére is alkalmas.

A jelleggörbére felírt átviteli (transzfer) függvény csak egy tipikus eset, annak helyesebb formája

$$V_{out} = V_s \cdot (0.09 \cdot p + k) \pm \text{hiba}, \quad (2.8)$$

ahol  $V_s$  a tápfeszültség (nominálisan 5 V),  $k$  pedig szenzoronként változó konstans. Ennek kiszámításához megmérjük a terheletlen szenzor kimeneti feszültségét, amikor  $p = 0$ : ekkor

$$k = \frac{V_{out}(p=0)}{V_s}. \quad (2.9)$$

A katalógus szerint a szenzor mérés hibája 5%-on belül van, a pontossága 0..85 °C hőmérsékleten állandó, a hőmérséklettől független. A válaszideje 1 ms alatt van, tehát gyorsan változó jelet is mérhetünk.

A mért kimeneti feszültség zajos lehet, éppen ezért mért értéként több minta átlagát kell elfogadjuk. A mérés maga történhet akár egy közönséges feszültségmérővel, mi egy LabJack adatgyűjtőt használunk e célból.

A szenzor használata során ügyelnünk kell arra, hogy a tápfeszültség  $\pm 0.25 \text{ V}$ -nál nagyobb mértékben ne térjen el a nominálisról és hogy a nyomás ne haladja meg a tönkremeneteli értéket (a tanulmányozott 10 kPa nominális méréshatárú MPX5010 szenzor esetén ez 75 kPa). Bár a szenzor belsejében a chipet egy gél-bevonat takarja, óvakodjunk attól hogy folyadék vagy korrozív gáz jusson bele.

### 2.3. A gyakorlat célja

A gyakorlat célja a hidrosztatika alaptörvényének alkalmazása és a nyomásméréssel való ismerkedés a nyomásmérők kalibrálásán keresztül.

Kétfajta kalibráló eljárást használunk: az egyikben egy súlyterhelésű manométer állítja elő a nyomás referenciaértékét, a másikban pedig egy U-cső két ágában levő szintkülönbség. Az elsővel egy nagy nyomások megmérésére alkalmas Bourdon-manométert ellenőrzünk, a másodikkal pedig egy MPX5010 szenzor tényleges karakterisztikus görbéjét mérjük fel.

### 2.4. A kísérleti berendezés bemutatása

A kísérleti berendezés a következőkben felsorolt eszközökből áll. A 2.10. ábrán egy súlyterhelésű dugattyús manométert, laboratóriumi manométer-kalibráló eszközt láthatunk.



2.10. ábra. Dugattyús manométer-kalibráló készülék

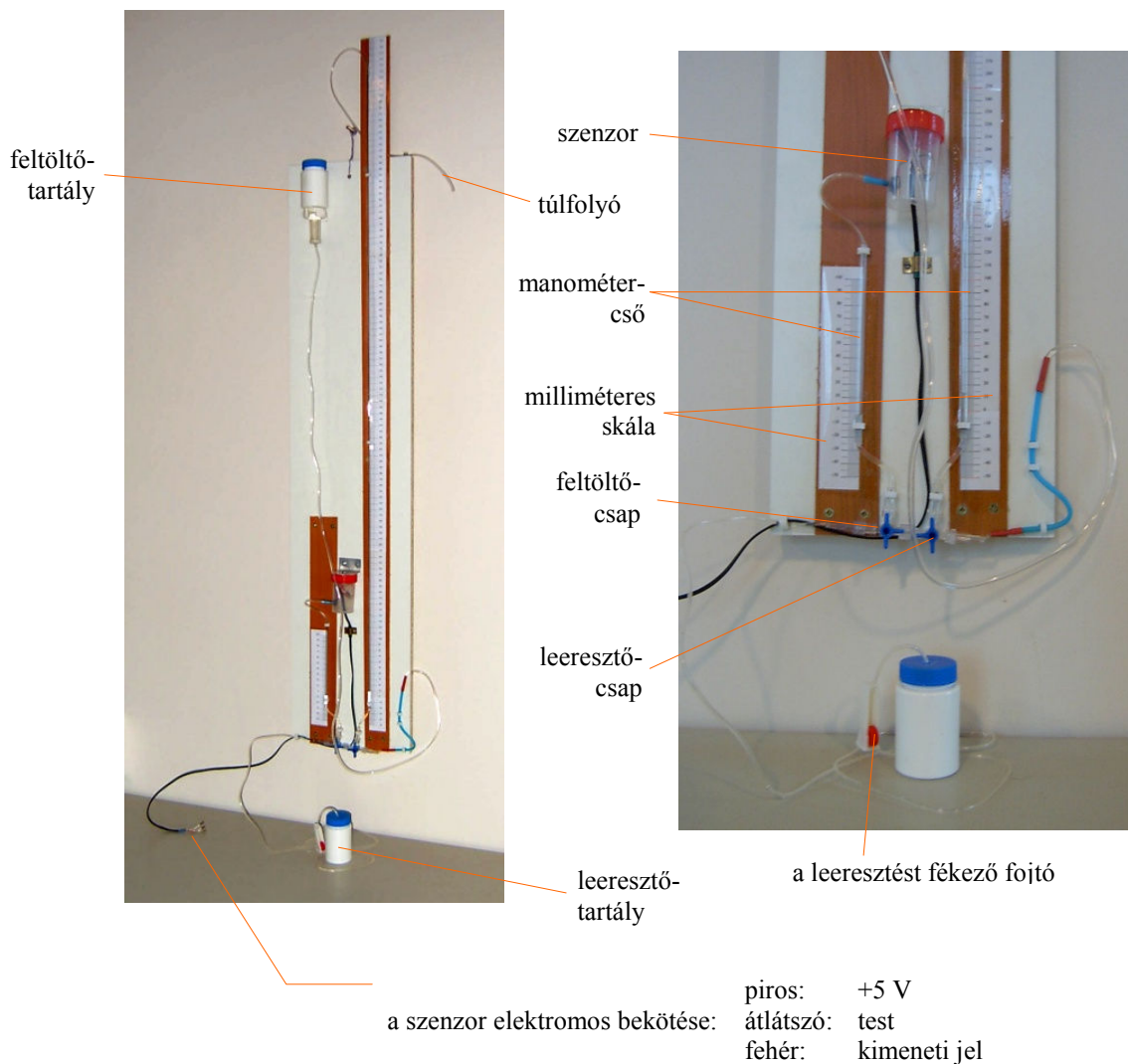
Ez a berendezés eredetileg két dugattyúval rendelkezett, egy  $1\text{cm}^2$  és egy  $0.1\text{cm}^2$  keresztmetszetűvel. A nagyobbik segítségével alacsonyabb (10 bar nagyságrendű), a kisebbik segítségével pedig nagyobb (100 bar nagyságrendű) nyomást lehetett előállítani. Jelen állapotában a nagyobbik dugattyú beragadt, így csak a nagy nyomások mérésére alkalmas manométereket lehet kalibrálni vele (5 bar alatt a dugattyú szorulhat, így a mérés pontatlan lesz). A két dugattyú között a fényképen látható két jelöletlen csappal lehetett váltani, e csapok most használaton kívül vannak.

A berendezés alkatrészei egy vízszintes helyzetű asztalon vannak elhelyezve. Az asztal vízszinteségét egy libella (buborékos szintjelző) segítségével lehet ellenőrizni és szükség esetén négy csavaros lábbal lehet állítani.

Az asztalon található a súlyterhelésű dugattyús manométer, amelynek dugattyúja és tányérja összesen 1 kg tömegű. Ugyanott található egy olajtartály, amelyet egy túszelep zár el. A bal oldalán két manométer csatlakoztatására alkalmas csomagtalálható, mindkettőt túszelep zárja el. Végül, az asztal középvonalában egy csavarprés van, amely egy dugattyút mozgat egy hengerben. Ez állítja elő a rendszerben uralkodó nyomást.

A berendezéshez különféle kalibrált súlyok tartoznak (három 5 kg, három 2 kg, két 1 kg és két 0.5 kg tömegű nehezék), amelyek segítségével, figyelembe véve a tányér tömegét, 0.5 kilogrammonként bármilyen 1 és 25 kg közötti terhelést előállíthatunk. Figyelembe véve, hogy a dugattyú keresztmetszete  $A = 0.1 \text{ cm}^2$ , 1·9.81 és 25·9.81 bar közötti nyomást hozhatunk létre, 0.5·9.81 bar lépcsőkkel (ugyanis  $p = G / A$ ,  $G = m \cdot g$ ). Más mértékegységekben kerek számokat kapunk: 10 és 250 at közötti nyomásról van szó, 5 at lépcsőkkel. Az „at” a „technikai atmoszféra” neve,  $1 \text{ at} = 1 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ , a kilogramm-erő pedig  $1 \text{ kgf} = 1 \text{ kg} \cdot g$ , ahol  $g$  a gravitációs gyorsulás. Mivel ez utóbbi nem egy állandó érték, egyezményesen a konvencionális  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$  értéket fogadjuk el.

A második használt eszköz a 2.11. ábrán látható U-csöves manométer, amelynek egyik szárához egy MPX5010 szenzort illesztünk. A függőleges üvegcsőben 1 m -nél valamivel magasabb vízoszlopot lehet előállítani, ehhez egy háromállású csapon keresztül azt egy felemelt tartályból feltöltjük. A mérés során a nyomást fokozatosan csökkenteni kell. Ezt a víz kiengedésével lehet megoldani, a háromállású csap elcsavarásával. A pontos beállítás érdekében a leeresztő vezetékbe egy szűkület van beépítve, amely a háromállású csappal nyitható meg.



**2.11. ábra.** U-csöves manométer-kalibráló készülék

## 2.5. A mérések menete

Bourdon-csöves manométer kalibrálásakor azt az egyik csatlakozóhoz illesztjük, annak csapját elzárva tartjuk. A tányérra annyi nehezéket helyezünk, hogy a súly a manométer nyomáshatárát jelentő nyomást állítsa elő. Megnyitjuk az olajtartály szelepét és a csavarprést óramutatóval ellentétes („szívátás”) irányba forgatjuk. Miután a prést teljesen kicsavartuk, elzárjuk a tartály túszelepét és azt az óramutató irányába („nyomás”) csavarjuk, míg a nyomás a tányért megemeli. Ekkor kinyitjuk a manométer csapját, a benne található levegő összenyomása miatt a tányér visszaeshet – ekkor a prést tovább forgatjuk. Amikor a dugattyús manométer tányérját az olajnyomás tartja, akkor a kalibrálandó vagy ellenőrizendő manométer a  $p = G/A$  nyomást mutatja, ahol  $A = 0.1 \text{ cm}^2$  és  $G$  a tányér és a reáhelyezett nehezékek súlya. Mivel a dugattyú a súrlódások miatt megszorulhat, kezünk enyhe nyomásával azt megmozgatjuk: a rendszerben levő levegő miatt annak rugalmasan kell viselkednie. A mérést más, kisebb terheléssel is elvégezzük. Egy súly levétele előtt a prést visszafele kell forgatni egy kicsit, míg a dugattyút a terhelés vissza nem nyomja.

A mérések után a dugattyús manométert tehermentesítjük, az olajtartály csapját kinyitjuk, a kalibrálandó manométerét pedig elzárjuk.

A nyomásérzékelő karakterisztikus görbéjének felmérésekor azt az U-csöves manométerhez illesztjük és egy adatgyűjtőhöz (National Instruments, LabJack) illesztjük. A manométer csövét feltöltjük vízzel. Ehhez a csapot a megfelelő állásba hozzuk, a felemelt tartályból pedig vizet engedünk a függőleges csőbe, azt enyhén túltöltjük. Ezután a leeresztő-csap megnyitásával annyi vizet engedünk ki, hogy a két szárban a víz felszínének a különbsége pont  $h = 1 \text{ m}$  (100 cm) legyen. Ez  $p = \gamma \cdot h = 9807 \cdot 1 \text{ Pa}$  nyomást hoz létre. Ekkor a adatgyűjtővel néhány másodpercen keresztül rögzítjük az adatokat (a szenzor kimeneti feszültségét), majd kiszámoljuk azok átlagát és azt elfogadjuk az adott nyomásnak megfelelő kimeneti feszültségnek. Ezeket a méréseket a vízoszlop magasságának 10 cm lépésekben való csökkentésével ismétljük.

## 2.6. Az adatok feldolgozása

A dugattyús manométerrel történő kalibrálásakor kiszámítjuk az  $m$  tömegű terhelés által létrehozott nyomást és ellenőrizzük azt, hogy a tesztelt Bourdon-csöves manométere ugyanazt az értéket mutatja-e.

A szenzor karakterisztikus görbéjének felmérésekor az adatokat a 2.1. táblázatban foglaljuk össze, majd a mérések befejezése után megrajzoljuk a  $V_{out}(p)$  görbét. A kapott görbét összehasonlítjuk a 2.9. ábrán láthatókkal.

mérés	1.	2.	3.	4.	.....	
$h$ (m)						
$p$ (Pa)						
$V_{out}$ (V)						

**2.1. táblázat.** A nyomásérzékelő karakterisztikus görbéjének megállapítása

## 2.7. Irodalom

1. Kakucs András: *Áramlástan* (2. fejezet), Scientia, Kolozsvár, 2007



### 3. NYOMÁSMÉRÉS SZONDÁKKAL

#### 3.1. Bernoulli egyenlete

Bernoulli egyenlete az energiamegmaradás tétele, amit egy áramló, termodinamikai állapotváltozást nem szenvedő és technikai munkát nem végző fluidumra írunk fel. Teljes formájában ezt a törvényt egy bonyolult integrál-kifejezés írja le, amelyet analitikusan kiszámítani csak igen egyszerű esetekben lehet. A műszaki gyakorlatban, vezetékekben áramló fluidumok esetében bizonyos egyszerűsítéseket tehetünk, minek következtében az említett integrál-egyenlet a következő egyenletté redukálódik:

$$\frac{\alpha_1 \cdot v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_r^{1-2}. \quad (3.1)$$

Ebben az egyenletben a tagok mind hosszúság jellegűek, ahol az  $\alpha \cdot v^2 / 2 \cdot g$  hányadosok a mozgási energiából származó „kinetikus” tagok, a  $p/\gamma$  hányadosok a folyadék a nyomásból származó potenciális energiából származnak („potenciális” tagok),  $z$  pedig a gravitációs térben számított helyzeti energiából eredő „helyzeti” tagok. E tagokat az áramcső, vezeték két keresztmetszetén írjuk fel, ahol  $\alpha$  a Coriolis-együttható,  $v$  a keresztmetszeten mért átlagos sebesség,  $p$  a fluidum hidrosztatikai nyomása,  $z$  a referencia-síkhöz viszonyított magasság,  $g$  a gravitációs gyorsulás és  $\gamma$  a fluidum fajsúlya. A  $h_r$  tag a veszteségeknek (súrlódással hővé alakított energiának) megfelelő tag: ez az előbbiektől eltérően nem valamely keresztmetszeten érvényes mennyiség, hanem a két keresztmetszet között számított vagy mért mennyiség.

A Coriolis-együttható bevezetése azért válik szükségessé, mivel a 3.1. egyenletet eredetileg nem egy áramcsőre (vezetékre) írjuk fel, hanem egy elhanyagolható keresztmetszetű áramvonalra. Az áramvonalat egy adott pontban egyetlen  $v$  sebességgel jellemezhetjük, azonban az áramcső keresztmetszetén a sebesség pontról pontra változhat és az egy bizonyos sebességprofilot ír le.

Az áramvonal mentén haladó  $m$  tömegű részecske haladásából származó kinetikus energia  $E_k = m \cdot v^2 / 2$ , ahol a tömeget a tömegáram segítségével  $m = Q_m \cdot t$  formában határozhatjuk meg. Időegység alatt ( $t = 1$ ) tehát

$$E_k = Q_m \cdot v^2 / 2. \quad (3.2)$$

Az áramcsövet áramvonalak kötegének tekinthetjük, így az áramcső keresztmetszetén a kinetikus energiát a  $dE_k = dm \cdot v_l^2 / 2$  hányados integrálja adja, ahol tehát  $v_l$  a keresztmetszeten változó lokális sebesség. Időegység alatt  $dE_k = dQ_m \cdot v_l^2 / 2$ .

Mivel egy keresztmetszeten az áramlást egy átlagos  $\bar{v}$  sebességgel jellemezzük, a kinetikus energiát is célszerűen  $E_k \sim m \cdot \bar{v}^2 / 2$ , avagy időegységre felírva:  $E_k \sim \frac{Q_m \cdot \bar{v}^2}{2} = \frac{\rho}{2} \cdot \bar{v}^3 \cdot S$  formában szeretnénk kifejezni. E képlet felírásánál felhasználtuk azt, hogy  $Q_m = \rho \cdot \bar{v} \cdot S$ .

Valamely elemi keresztmetszeten  $dQ_m = \rho \cdot v_l \cdot dS$ , az időegység alatt a tekintett keresztmetszeten áthaladó fluidum kinetikus energiája tehát

$$E_k = \int_S \frac{\rho \cdot v_l \cdot v_l^2}{2} dS = \frac{\rho}{2} \cdot \int_S v_l^3 dS \quad (3.3)$$

lesz. Ezt összehasonlítva a kívánt  $E_k \sim \frac{\rho}{2} \cdot \bar{v}^3 \cdot S$ , átlagos sebességgel kiszámított formával észrevehetjük, hogy mivel általában  $\int_S v_l^3 dS \neq \bar{v}^3 \cdot S$ , a kinetikus energiát a  $\bar{v}$  átlagos sebességgel csak a sebességprofil formájának figyelembe vételével lehet felírni. Az előbbi egyenlőséget egy korrekciós tényezővel lehet egyenlőséggé alakítani:

$$\int_S v_l^3 dS = \alpha \cdot \bar{v}^3 \cdot S, \quad (3.4)$$

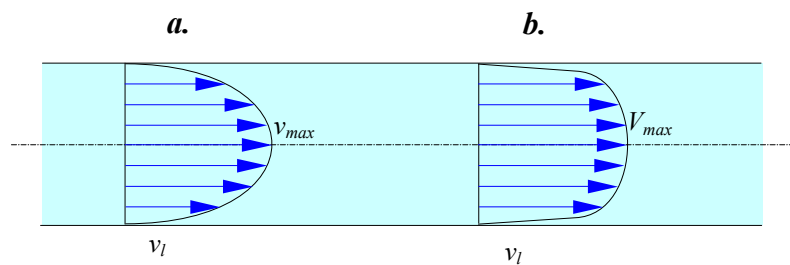
ahol  $\alpha$  az említett Coriolis-tényező. Ha ismerjük a sebességprofil, akkor ezt a tényezőt

$$\alpha = \frac{\int_S v_l^3 dS}{\bar{v}^3 \cdot S} \quad (3.5)$$

formában tudjuk kiszámítani.

A sebességprofil az áramcső keresztmetszetének formájától és az áramlás jellegétől függ. Lamináris áramlás esetében ez a profil analitikusan is meghatározható, kör keresztmetszetű csövekre ez a parabolikus Hagen-Poiseuille sebességprofil (3.1. ábra). Turbulens áramlás esetén a sebességprofil ellaposodik, azt kísérletileg mérhetjük fel.

Kör keresztmetszetű csövekre lamináris áramlásban a Coriolis-együttható értékét  $\alpha = 2$ -nek kapjuk, míg turbulens áramlásban, ahogy a turbulencia mértéke növekedik, úgy a profil egyre inkább ellaposodik és az együttható az  $\alpha = 1.05$  érték fele csökken.



**3.1. ábra.** A sebességprofil egy kör keresztmetszetű cső esetében lamináris (a.) és turbulens (b.) áramlásban

Ha visszatérünk a 3.1. egyenlethez, akkor észrevehetjük hogy annak minden tagja magasság jellegű. Ez a tény az egyenlet eredeti formájának kellő átalakításából ered és lehetővé teszi az áramló fluidum energia, illetve nyomásviszonyainak grafikus ábrázolását (ha az egyenletet  $g$ -vel beszorozzuk, akkor az 1 kg tömegű fluidumra felírt energiák, ha pedig  $\gamma$ -val szorozzuk be, akkor a nyomások összegének egyenlőségéhez jutunk, beszámítva persze a veszteségeket is).

A gyakorlatban a legtöbbször magasságokkal vagy nyomásokkal dolgozunk (3.2. ábra). Az ábrán a geodéziai szint az áramcső (vezeték) tengelyének magassága, egy tetszőlegesen megválasztott vízszintes referencia-szinthez viszonyítva (ez a geodéziai magasság).

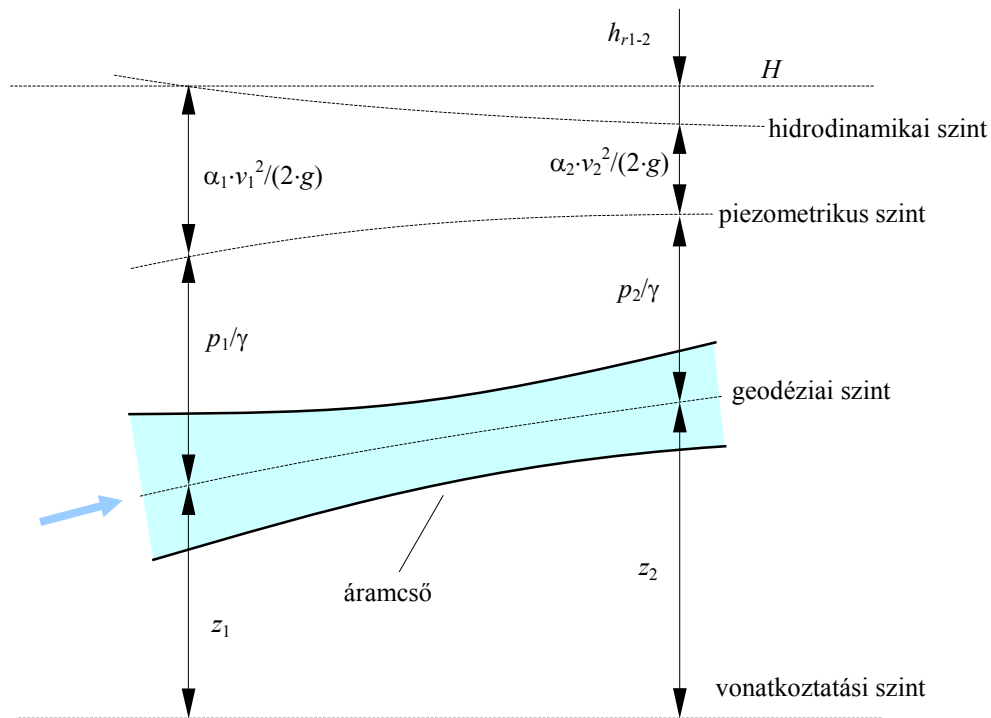
A piezometrikus szint a vezetékhez csatlakoztatott piezométer-csövekben felemelkedő folyadék felszínének a szintje. A piezometrikus magasságot a vezeték tengelyétől a szabad felszínig mérjük.

A hidrodinamikai szint a torlónyomásnak (össz-nyomásnak) megfelelő szint. A hidrodinamikai szint és a piezometrikus szint közötti különbséget nevezzük hidrodinamikai magasságnak.

A hidrodinamikai szint az áramlási veszteségek miatt folyamatosan esik. Dőlése a hidraulikai gradiens, a szintkülönbségeket pedig a veszteségek szintkülönbségének szokás nevezni.

Ezen magasságok összege állandó, bármely pontban ugyanaz: ez a  $H$ -val jelölt Bernoulli-összeg.

Amennyiben a vezetékben az áramlást megszüntetjük, úgy a belsejében csak a hidrosztatikai nyomást mérhetjük, a megfelelő piezometrikus szintet pedig hidrosztatikainak nevezzük. Ez a betáplálás nyomásának megfelelő magasságban levő vízszintes sík lesz.



3.2. ábra. Bernoulli egyenlete magasságokkal szemléltetve

A 3.1. egyenletet nyomásokkal is felírhatjuk, a  $p = \gamma \cdot h$  egyenlőség alapján:

$$\frac{\alpha_1 \cdot \rho \cdot v_1^2}{2} + p_1 + \gamma \cdot z_1 = \frac{\alpha_2 \cdot \rho \cdot v_2^2}{2} + p_2 + \gamma \cdot z_2 + \Delta p^{1-2}. \quad (3.6)$$

A második tag ( $p$ ) a fluidum hidrosztatikai nyomása. Az első tag ( $\alpha \cdot \rho \cdot v^2 / 2$ ) a hidrodinamikai nyomás, a  $\gamma \cdot z$  szorzat pedig a referencia-síktól mért magasságnak megfelelő helyzeti nyomás (tulajdonképpen az is hidrosztatikai nyomás). E három tag összege a  $p_t$  torlónyomás vagy össznyomás. A keresztmetszetek közötti veszteségeknek megfelelő  $\Delta p$  nyomáscsökkenést számításba véve most a nyomásokkal kifejezett Bernoulli-összeg állandóságát tapasztaljuk.

A Bernoulli-összeg állandóságából levonhatunk egy fontos következményt: ha az áramlási sebesség csökken, akkor a hidrosztatikai nyomás megnövekedik.

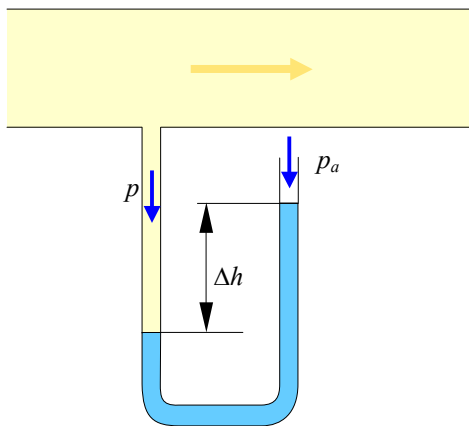
### 3.2. Nyomásmérő szondák

Egy vezetékben áramló fluidum nyomásának megméréséhez Bernoulli egyenletének következményeit használhatjuk fel. A továbbiakban feltételezzük, hogy a mérendő nyomású pont

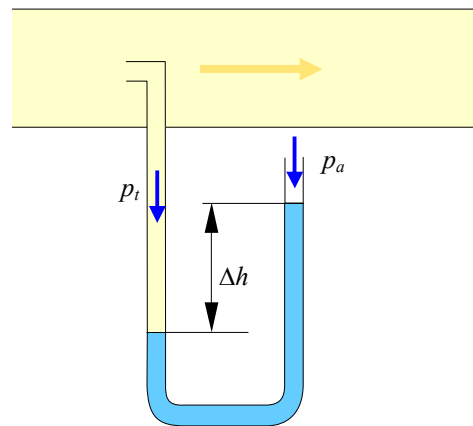
magassága zérus ( $z=0$ ), ellenben az össznyomás értékéhez a mért nyomású közeg fajsúlyával számított  $\gamma \cdot z$  tagot is hozzá kell adni.

A fluidum hidrosztatikai (másképpen: sztatikus) nyomásának a megméréséhez a már ismert piezométert, U-csöves manométert használhatjuk (3.3.a. ábra). Ennek az eszköznek a csatlakozását az áramlás irányára merőlegesen képezzük ki, vezetékek esetében a cső falára merőleges furathoz csatlakoztatjuk. Ez az eszköz a nyomásokkal kifejezett Bernoulli-összeg hidrosztatikai tagját adja. Amennyiben az U-csőben levő mérőfolyadék fajsúlya  $\gamma_m$ , úgy az ábra jelöléseivel a mért hidrosztatikai nyomás értéke

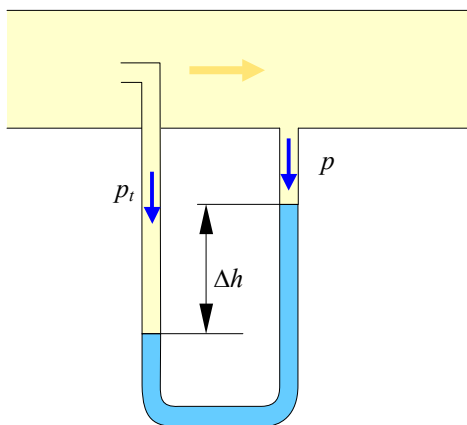
$$p = p_a + \gamma_m \cdot \Delta h. \quad (3.7)$$



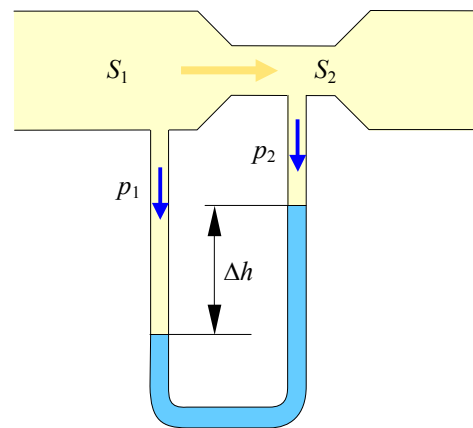
a. Nyomásmérő szonda (piezométer-cső) a hidrosztatikai nyomás mérésére



b. Pitot-cső az össznyomás mérésére



c. Prandtl-cső a dinamikus nyomás mérésére



d. Venturi-cső a áramlási sebesség (hozam) mérésére

### 3.3. ábra. Nyomásmérő szondák

A torlónyomás vagy össznyomás méréséhez a szonda csövét az áramlással szembe fordítjuk, az így létrehozott eszköz a Pitot-cső (3.3.b. ábra). Az ábra jelöléseivel:

$$p_t = p + \frac{\alpha \cdot \rho \cdot v^2}{2} = p_a + \gamma_m \cdot \Delta h, \quad (3.8)$$

ahol  $\rho$  a csőben áramló fluidum sűrűsége és nem az U-csőben levőé.

Ha csak a hidrodinamikai (vagy más néven: dinamikus) nyomást szeretnénk meghatározni, akkor a Pitot-csővel mért torlónyomás és a piezométerrel mért hidrosztatikai nyomás különbségét kell kiszámítanunk. Ha a Pitot-cső szabad végét piezométerként csatlakoztatjuk, akkor a szonda ezt a nyomáskülönbséget fogja mutatni, az így keletkező eszközt pedig a Prandtl-cső (3.3.c. ábra). Néha, főként angol nyelven, ezt is Pitot-csőnek nevezik („Pitot-static”). Ahhoz, hogy a mérés eléggé pontos legyen, a szonda két szárának csatlakoztatása között nem szabad nagy távolságnak lennie. A Prandtl-csövet gyakran két koncentrikus cső formájában képezik ki, amelyet az áramlással szembe fordítanak: a belső cső nyitott végébe az áramló fluidum beleütközik („belefúj”), míg a külső cső vége zárt, azonban a palástján kiképzett lyukak a hidrosztatikai nyomás a belsejébe vezetnek.

Az ábra jelöléseivel

$$\frac{\alpha \cdot \rho \cdot v^2}{2} = \gamma_m \cdot \Delta h, \quad (3.9)$$

ahonnan az áramló fluidum sűrűségének ismeretében az áramlás sebessége, így hozama is meghatározható. Prandtl-szondákat (vagy a hidrosztatikai nyomás mérésére használt piezométerrel kombinált Pitot-szondákat) használnak a repülőgépek levegőhöz viszonyított sebességének méréséhez (3.4. ábra).



**3.4. ábra.** Prandtl- (Pitot-)szondák egy Boeing 747 repülőgép törzsén

Az áramlás sebességének vagy hozamának pontosabb meghatározását teszi lehetővé a 3.3.d. ábrán látható Venturi-szonda. Ez egy szűkített keresztmetszetű vezeték, amelynek szűkületében az áramlás felgyorsul és ezáltal a hidrosztatikai nyomása lecsökken. A csökkenés mértéke a felgyorsulás mértékétől, tehát a keresztmetszetek arányától függ, és így a Prandtl-csővel ellentétben e szonda érzékenységi tartományát a geometria helyes megválasztásával lehet a kívánalmaknak kielégítően beállítani.

A Venturi-cső tanulmányozásához Bernoulli egyenletét a két csatlakozási pontra írjuk fel (feltételezzük, hogy a cső vízszintes és nincsenek áramlási veszteségek). A két oldalt egymásból kivonva a hidrosztatikai nyomás

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho \cdot \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2 - \alpha_1 \cdot v_1^2}{2} = \gamma_m \cdot \Delta h \quad (3.10)$$

különbségéhez jutunk, amely az U-csőben  $\Delta h$  szintkülönbséget idéz elő.

Ha feltételezzük, hogy az áramló közeg összenyomhatatlan (ezt a hipotézist a műszaki gyakorlatban a vezetékekben áramló gázokra is elfogadjuk, ha az áramlási sebesség sokkal kisebb a hangnak az illető gázban mért terjedési sebességénél), akkor a kontinuitási-tétel értelmében

$$v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2, \quad (3.11)$$

ahol  $S_1$  és  $S_2$  az U-cső csatlakozási pontjaiban számított keresztmetszetek. Innen  $v_2$ -t kifejezve és az előbbi,  $\Delta p$ -t adó képletbe behelyettesítve az áramlási sebességet kapjuk:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\alpha \cdot \rho \cdot \left[1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right]}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma_m \cdot \Delta h}{\alpha \cdot \rho \cdot \left[1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right]}}, \quad (3.12)$$

ahol  $\alpha \approx \alpha_1 \approx \alpha_2$ .

Amennyiben a térfogathozamra vagyunk kíváncsiak, úgy a fenti sebességet megszorozzuk a keresztmetszettel:

$$Q_v = v_1 \cdot S_1, \quad (3.13)$$

míg a tömeghozam meghatározásához a

$$Q_m = \rho \cdot v_1 \cdot S_1 \quad (3.14)$$

formulát használjuk.

### 3.3. A gyakorlat célja

A gyakorlat célja Bernoulli egyenletével való ismerkedés, valamint a nyomásmérő szondák megismerése.

Bernoulli egyenletének a következményeit egy olyan Venturi-cső segítségével tanulmányozzuk, amelynek táguló részén több piezométer-csatlakozás is van.

### 3.4. A kísérleti berendezés bemutatása

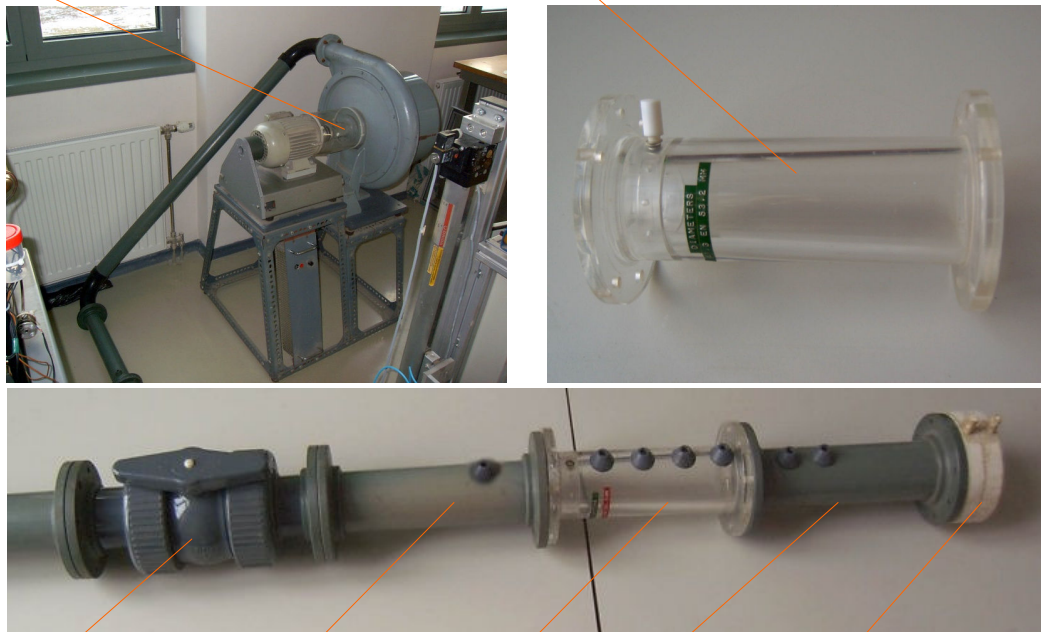
A kísérleti berendezés egy levegő által átáramlott vezetékből áll. A levegőt egy centrifugál-kompresszor állítja elő és 53.2 mm belső átmérőjű műanyag vezetékeken juttatja el a tulajdonképpeni kísérleti berendezésig (a műanyag csöveknek a műszaki berkekben a külső átmérőjét szokás megadni, így az általunk használt csövek átmérője „hivatalosan” 63 mm).

A mérésekre használt rész néhány, csőkarimával illesztett alkatrészből áll: egy golyós csapból, amellyel a levegő hozamát állítjuk be. Ezt egy egyenes szakasz, követi amellyel a csap után keletkező örvények hatását kívánjuk csökkenteni. Ennek a szakasznak a végén van egy piezométer-csatlakozó. E szakaszt egy Venturi-cső követi, amelyen további piezométer-csatlakozók vannak. A Venturi-cső után egy olyan egyenes csőszakasz következik, amelyhez egy piezométer és egy Pitot-szonda csatlakozik. A képen a jobb oldali csatlakozóhoz egy derékszögben meghajlított cső illeszkedik, amelynek a vége a cső tengelyében, vízszintes helyzetben balra néz – ez a Pitot-szonda. Végül, a berendezést egy szűkület zárja le (az tulajdonképpen egy mérőperem), amely arra szükséges hogy a rendszerben egy bizonyos nyomást fenntartsunk. Ezek az alkatrészek a 3.5. fényképen láthatók.

A berendezéshez tartozik egy U-csöves folyadékmanométer is.

centrifugál-kompresszor

a használttal azonos Venturi-cső, piezométer-csatlakozások nélkül



golyós csap

egyenes csőszakasz

hozam szabályzására használt mérőperem

egyenes csőszakasz piezométerrel és Pitot-szondával

Venturi-cső plusz csatlakozó helyekkel

### 3.5. ábra. A kísérleti berendezés

A berendezés fontos alkatrésze az átlátszó Venturi-cső: ennek hossza 205 mm, keresztmetszete a vezeték 53.2 mm belső átmérőjéről 41.3 mm-re szűkül le, majd 53.2 mm-re tágul vissza. A legszűkebb keresztmetszetet a belépéstől számított 25 mm-en mérhetjük. Az átmenetek lekerekítettek az örvényesség meggátlásának céljából. A piezométer-csatlakozások távolsága és a megfelelő átmérők és keresztmetszetek a 3.1. táblázatban találhatóak. A táblázatban az első pont a Venturi cső belépése előtt van, a karimától 45 mm-re, a hetedik pont pedig a Venturi-csövet követő szakasz első (piezométer) csatlakozójára vonatkozik, amely szintén 45 mm-re található a csőtoldal peremétől. Az „x”-szel jelölt pontokban nincs piezométer-csatlakozó, ott keresztmetszet változás történik (ezek a Venturi-cső két végén vannak).

Pont	1.	x.	2.	3.	4.	5.	6.	x.	7.
Távolság (mm)	0	45	70	106	142	178	214	250	295
Átmérő (mm)	53.2	53.2	41.3	43.6	46.0	48.4	50.8	53.2	53.2
Keresztmetszet (mm <sup>2</sup> )	2222.9	2222.9	1339.6	1493.0	1661.9	1839.8	2026.8	2222.9	2222.9

### 3.1. táblázat. A Venturi-cső adatai

#### 3.5. A mérések menete

A mérések elvégzésekor először differenciál-manométerként csatlakoztatjuk az U-csöves manométert az 1. és a 2. pontok közé.

Meggyőződünk arról, hogy a golyós csap zárva van és elindítjuk a centrifugál-kompresszort. Ezután a csapot annyira nyitjuk meg, hogy a differenciál-manométer által mutatott nyomás a méréshatár környékén legyen, és lejegyezzük a manométer által mutatott  $\Delta h$  szintkülönbséget.

Az első mérés elvégzése után a manométer baloldali ágát (amelyik az 1. ponthoz csatlakozik) lezárjuk, a jobb oldali ágat pedig a 3. ponthoz csatlakoztatjuk. Ezután a bal oldali ágat megnyitjuk, ismét leolvassuk és lejegyezzük a manométer által mutatott  $\Delta h$  szintkülönbséget.

Ugyanezeket a műveleteket megismételjük az összes többi pontra, tehát összesen hat mérést kell elvégeznünk.

E mérések elvégzése után a golyós csapot teljesen elzárjuk, a manométer bal oldali ágát a 8. ponthoz csatlakoztatjuk (ez a Venturi-csővet követő második csatlakozó), a jobb oldalt szabadon hagyjuk. Óvatosan megnyitjuk a golyós csapot, annyira hogy a manométer a lehető legnagyobb szintkülönbséget mérje. Lejegyezzük ezt a szintkülönbséget; ez adja a 8. pontban mérhető torlónyomást. Ekkor a manométer Pitot-csőként működik.

Ezután a manométer jobb oldali vezetékét a 7. ponthoz csatlakoztatjuk és most is lejegyezzük a szintkülönbséget. Ekkor a manométer Prandtl-csőként működik és a hidrodinamikai nyomást méri.

A következőkben a manométer bal oldali vezetékét átkötjük a 2. csatlakozóhoz (az a Venturi-cső szűkülete), és most is lejegyezzük a szintkülönbséget. Ekkor a manométer a Venturi-szonda alkatrésze.

Végül a 2. csatlakozóból kihúzzuk a vezetékét és szabadon hagyjuk, most is lejegyezzük a szintkülönbséget. Ekkor a manométer piezométerként működik és a 7. pontban uralkodó hidrosztatikai nyomást mutatja.

E második sorozat mérés elvégzése után a manométer újból a 2. és a 7. pontok közé kötjük, tehát a Venturi-csővel mérünk. A golyós csap különböző állása mellett leolvassuk a szintkülönbséget.

### 3.6. Az adatok feldolgozása

A Bernoulli-egyenlet tanulmányozásakor (amikor a 3.1. táblázat pontjaiban mérünk) a kapott szintkülönbségeket grafikusán ábrázoljuk. A táblázatot kiegészítjük a mért szintkülönbségek sorával (3.2. táblázat). Az utolsó sor az átlagos áramlási sebességek relatív, az egyenes csőszakaszon mért értékhez viszonyított értékét mutatja (ez a keresztmetszetek hányadosának fordítottjával azonos).

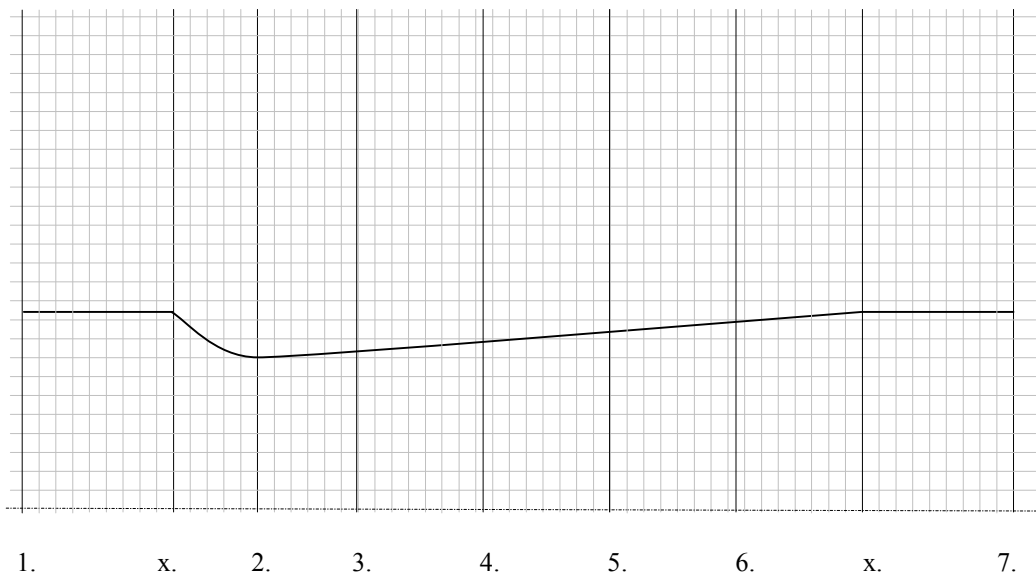
Pont	1.	x.	2.	3.	4.	5.	6.	x.	7.
Távolság (mm)	0	45	70	106	142	178	214	250	295
Átmérő (mm)	53.2	53.2	41.3	43.6	46.0	48.4	50.8	53.2	53.2
Keresztmetszet (mm <sup>2</sup> )	2222.9	2222.9	1339.6	1493.0	1661.9	1839.8	2026.8	2222.9	2222.9
Szintkülönbség (mm)	0.0	–						–	
Sebességek aránya	1.000	1.000	1.659	1.489	1.338	1.208	1.097	1.000	1.000

### 3.2. táblázat. A Venturi-cső mentén mért adatok

A táblázat alapján kiegészítjük a 3.6. ábrán látható grafikont. E grafikonon vízszintesen a pontok távolsága (a táblázat második sora) van ábrázolva, függőlegesen pedig a szintkülönbségeket (a táblázat ötödik sorát) ábrázoljuk majd. Vízszintesen egy beosztás 5 mm -nek felel meg, a függőleges léptéket céljainknak megfelelően választjuk meg. A grafikonon ábrázoltuk a Venturi-cső fél keresztmetszetét is. A piezometrikus szint ábrázolásánál a pontokat összekötjük. Az „x”-szel jelölt pontokban elfogadjuk a szomszédos pontokban (1, illetve 7) mért értékeket.

A grafikon elkészítése után észrevehetjük, hogy ahol a keresztmetszet tágul és az áramlás lassul, ott a piezometrikus szint emelkedik.





**3.6. ábra.** A piezometrikus vonal (szint) ábrázolása

A szondákkal mért adatok feldolgozásakor a  $\Delta h$  szintkülönbségekből nyomáskülönbségeket számítunk ( $\Delta p = \gamma_m \cdot \Delta h$ ). A manométerben levő mérőfolyadék víz, aminek fajszúlya  $\gamma_m = 9807 \text{ N/m}^3$ . Ha a  $\Delta h$  szintkülönbségeket méterben adjuk meg, akkor a nyomáskülönbségeket pascalban kapjuk, ellenben ha milliméterben, akkor a mértékegységek átszámításakor rájövünk, hogy az eredmény kPa -ban lesz.

A számítások elvégzéséhez az elméleti részben leírt formulákat használjuk. A Prandtl-szonda és a Venturi-cső által mért adatokból kiszámítjuk az áramlási sebességet (a vezeték 53.2 mm átmérőjű szakaszán érvényes értékeket), majd a megfelelő térfogat- és tömeghozamokat. A levegő sűrűségéeként elfogadjuk a  $\rho = 1.2754 \text{ kg/m}^3$  értéket.

A képletekben szereplő Coriolis-együttható kiszámításakor a következőképpen járunk el:

- elfogadjuk az  $\alpha = 1.05$  értéket, azzal kiszámoljuk a szóban forgó sebességeket (tehát feltételezzük, hogy az áramlás turbulens).
- a sebességből kiszámoljuk a Reynolds-számot:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu_k}, \quad (3.15)$$

ahol  $v$  az áramlási sebesség (m/s -ban),  $d$  a vezeték belső átmérője (m -ben),  $\nu_k = 13.3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  a levegő kinematikai viszkozitása. A Reynolds-szám dimenzió nélküli (nincs mértékegysége).

– ha  $Re \leq 2320$ , akkor az áramlás lamináris és akkor a sebesség kiszámításánál az  $\alpha = 2$  értéket kell elfogadjuk (ez akkor fordul elő, ha az átlagos áramlási sebesség nem haladja meg a 0.58 m/s határértéket). Ellenben elfogadjuk az előbbi, elsőnek kiszámított sebességet.

Megjegyzendő, hogy a gyakorlatban a legtöbbször a Coriolis-együtthatót egységnyi nek veszik.

A Venturi-csővel végzett kísérletek esetében, midőn a hozamot a csap megnyitásával fokozatosan növeljük, a számításokat nem végezzük el, csupán a  $\Delta h$  szintkülönbség és a térfogathozam (áramlási sebesség) minőségi kapcsolatát figyeljük meg.

### 3.7. Irodalom

1. Kakucs András: *Áramlástan* (4. és 5. fejezetek), Scientia, Kolozsvár, 2007

## 4. AZ ÁRAMLÁSI ELLENÁLLÁS MEGHATÁROZÁSA

### 4.1. A csősúrlódás

Bernoulli egyenletében az áramló közegben fellépő veszteségeket egy  $h_r$ , vagy  $\Delta p$  tagként vezettük be, attól függően hogy ezt az egyenletet szintekkel vagy nyomásokkal írtuk fel. Ez a tag az egyenlet teljesebb formájának két, analitikusan nehezen vagy nem kiszámítható tagját jelenti. Mivel kiszámításuk nehézségekbe ütközik, a gyakorlatban többnyire kísérletileg meghatározott összefüggésekre szorítkozunk.

A  $\lambda$  csősúrlódási tényezővel a  $d$  belső átmérőjű és  $l$  hosszúságú kör keresztmetszetű vezeték sűrűlódási veszteséget a

$$h_r = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}, \quad (4.1)$$

Darcy-Weissbach képlettel számítjuk ki.

A csősúrlódási tényező meghatározása többféleképpen is megoldható. Használhatunk különféle analitikus vagy tapasztalati képleteket, így a newtoni fluidumok lamináris áramlásának esetében az elméleti úton levezetett

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (4.2)$$

Poiseuille-képletet.

A fluidum turbulens áramlása mellett viszont már nem ennyire egyszerű a helyzet, a  $\lambda$  értékét adó összefüggéseket csak félig analitikus, félig empirikus módszerekkel, mérési eredmények alapján nyert adatok feldolgozásával lehetett megállapítani.

A mért adatok alapján egy logaritmikus skálájú  $Re - \lambda$  grafikont lehet megrajzolni, a relatív falérdesség (a  $k_e / d$ ) függvényében – ez a *Nikuradse-diagram*, mely minden newtoni fluidumra érvényes. E diagram vázlatát a 4.1. ábrán láthatjuk.

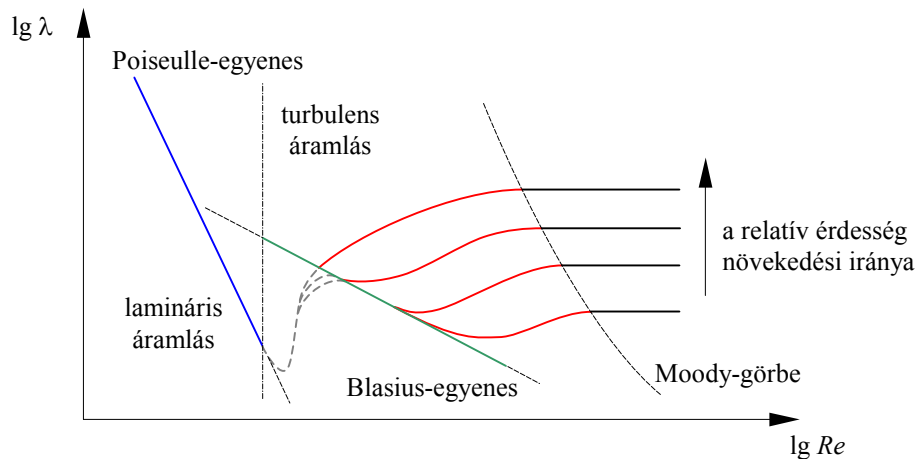
A Nikuradse-diagramon a  $\lambda$  csősúrlódási tényezőt kis Reynolds-számokra ábrázolva egy egyenes szakaszt kapunk, az elméleti 4.2. Poiseuille-képletnek megfelelően. Ez a szakasz a lamináris áramlást leíró Poiseuille-egyenes. Észrevehetjük, hogy a különböző relatív falérdességekre felrajzolt szakaszok fedik egymást, tehát lamináris áramlásnál  $\lambda$  független a cső érdességétől.

Nagyobb Reynolds-számoknál (2320 felett) az áramlás instabillá válik, véletlenszerűen turbulenssé, majd ismét laminárisává válhat. Nyugodt körülmények között (laboratóriumban) mérve  $\lambda$  görbéje egy hirtelen emelkedő szakaszt mutat. A gyakorlatban ilyenkor turbulens áramlással számítunk.

Turbulens áramlás esetében  $\lambda$  grafikonja több görbére szakad fel a relatív érdesség függvényében. E tény a lamináris alapréteg és a csőérdesség kölcsönös viszonyával magyarázzák.

Amikor a csőfal egyenetlenségeit a lamináris alapréteg takarja, a csövet hidraulikai (vagy hidrodinamikai) szempontból *simának* tekintik. A diagramon is látható, hogy a hidraulikailag sima csövek esetében  $\lambda$  nem függ a csőérdességtől. Ekkor  $\lambda$  ábrázolása egy újabb egyenes szakaszt eredményez, melyet Blasius-egyenesnek neveznek. Hidraulikailag sima csövek sűrűlódási tényezőjét adó Blasius-képlet a következő:

$$\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (4.3)$$



4.1. ábra. A Nikuradse-diagram vázlatja

A simaság nyilván csak a Reynolds-szám egy bizonyos határértékéig tarthat, amikor az alapréteg elvékonyodása miatt az egyenetlenségek csúcsai már a turbulens áramlás belsejébe kerülnek. A Blasius-egyenes tehát a relatív csőérdességnek megfelelően több görbére bomlik fel,  $\lambda$  grafikonja egy bizonyos

$$Re = 27 \cdot \left( \frac{d}{2 \cdot k_e} \right)^{8/7} \quad (4.4)$$

értéknél válik ismét görbévé.

A Blasius-egyenesen túl egy darabig a csősúrlódási tényező a Reynolds-számtól is függ, mivel a sebesség növekedésével egyre több érdességcsúc kerül ki a turbulens áramlásba a fal mellett kialakuló viszkózus alaprétegből, befolyásolva a csősúrlódási tényező értékét. Ezt a tartományt átmenetinek nevezik (a cső félérdes) és felülről a Moody-görbe határolja le. A Moody-görbét az empirikus

$$Re = \frac{191.2}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{d}{2 \cdot k_e} \quad (4.5)$$

egyenlettel adhatjuk meg.

A Moody-görbén túl már minden érdességcsúc a turbulens áramlás belsejében van, ekkor  $\lambda$  értéke gyakorlatilag állandó, a Reynolds-számtól független marad. Ekkor a csövet hidraulikai szempontból érdesnek nevezik.

A tapasztalat szerint tehát egy cső viselkedési tartományait a Reynolds-számnak a 4.2. ábrán látható értékei határolják le, melyeknek megfelelően  $\lambda$ -ra különböző összefüggéseket állapítottak meg.

Lamináris áramlás esetében kör keresztmetszetű csövekre a Poiseuille-képletet használjuk.

Turbulens áramlás esetében az általános érvényű összefüggések között a leggyakrabban használatosak egyike a Colebrook-White összefüggés, mely tulajdonképpen egy  $\lambda$ -ban megoldandó transzcendens egyenlet:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \left( \frac{k_e}{3.71 \cdot d} + \frac{2.51}{Re} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right). \quad (4.6)$$

Ezt az összefüggést ilyen formában az átmeneti örvényesség tartományán (hidraulikailag félérdes csövekre) ajánlják. Hidraulikailag sima csövekre a

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg (Re \cdot \sqrt{\lambda}) - 0.80 \quad (4.7)$$

Prandtl-Kármán formula használatos, hidraulikailag érdes csövekre pedig a Prandtl-Nikuradse képletet ajánlják, amely már egy explicit kifejezés:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg \frac{d}{k_e} + 1.74. \quad (4.8)$$

Az áramlás állapota	<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">lamináris</div> <div style="text-align: center;">sima</div> <div style="text-align: center;">turbulens átmeneti (félérdes)</div> <div style="text-align: center;">érdes</div> <div style="margin-left: 20px;">→ <i>Re</i></div> </div>			
Határértékek	0	2320	$27 \cdot \left( \frac{d}{2 \cdot k_e} \right)^{8/7}$	$\frac{191.2}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{d}{2 \cdot k_e}$
$\lambda$ kiszámítására ajánlott összefüggések	Poiseuille	Prandtl-Kármán, Blasius	Colebrook-White, Altschul (Colebrook-White, Altschul)	Prandtl-Nikuradse, Schiffrinson

4.2. ábra. A csősúrlódási tényező kiszámítására használt képletek

A Colebrook-White egyenlet az utóbbi két, levezetett összefüggést interpolálja: észrevehetjük, hogy a hidraulikailag sima csövekre a zárójelben levő első hányadost elhanyagolhatjuk – így a Prandtl-Kármán formulát kapjuk vissza, érdes csövekre pedig a második hányados lesz elhanyagolható és így a Prandtl-Nikuradse képlethez jutunk. A Colebrook-White egyenletet a turbulens áramlás teljes tartományán használhatjuk, hiszen a zárójelben szereplő összeg két tagja közül, a Reynolds-szám függvényében, mindig csak a megfelelő tagok jutnak szerephez: kis Reynolds-számok esetében a második tag sokkal nagyobb lesz, mint az első, míg nagy Reynolds-számok esetében az első tag lesz a fontosabb.

A Colebrook-White összefüggésből  $\lambda$ -t csak a transzcendens egyenlet iteratív megoldásával lehet meghatározni. Ezt a feladatot kiküszöbölhetjük egy másik gyakrabban használt formula, az Altschul-képlet használatával, amely a csősúrlódási tényezőt explicit módon

$$\lambda = 0.11 \cdot \sqrt[4]{\frac{k_e}{d} + \frac{68}{Re}} \quad (4.9)$$

formában adja meg. Az így kapott érték és a Colebrook-White egyenlet megoldásával kapott eredmény közötti különbség általában nem jelentős, 2 – 3% alatt van.

A hidraulikailag sima és érdes csövekre az Altschul-képlet is egyszerűbb formákra hozható: sima csövekre a 4.3. Blasius képlethez jutunk, míg érdes csövekre a

$$\lambda = 0.11 \cdot \sqrt[4]{\frac{k_e}{d}} \quad (4.10)$$

Schiffrinson-képletet kapjuk.

A felsoroltakon kívül még számos más egyéb képlet és összefüggés létezik.

Az általános érvényű formulák és diagramok helyett a gyakorlatban inkább az adott csőtípusnak és fluidumnak megfelelő, mérések alapján megállapított diagramokat használják,

melyeket a gyártott átmérőkre rajzolnak meg. E diagramokon nem a csősúrlódási tényezőt ábrázolják, hanem az adott hozamnak megfelelő hidraulikus gradienst ( $J$ ), ami  $h_r$ -nek a cső 1 m hosszú szakaszára megadott értéke, vagy pedig az 1 m hosszú csőszakaszon fellépő nyomásesést. E mennyiség a Reynolds-kísérletben használt berendezéshez hasonló eszközzel határozható meg, ahol a vízszintes csőszakasz két pontjához egy-egy piezométert vagy közéjük egy differenciálmánométert csatlakoztatunk.

Példaként a 4.3. ábra egy ilyen nomogramot mutat be. Az ábrán az „54×2” feliratú, balról jobbra emelkedő görbék vonatkoznak egy-egy adott csőtípusra; a szorzat a méreteket adja meg, külső átmérő × falvastagság formájában (mindkét adat milliméterben). Ezek a vonalak egy adott helyen (ahol a lamináris - turbulens átmenet van) megtörnek.

A másik vonalsereg, amely balról jobbra eső vonalokból áll, az áramlási sebességet adja. A vonalak bizonyos, felfele növekedő lépéssel vannak megrajzolva. Ha a méretezendő vezetékben az áramlási sebesség két megrajzolt vonalnak megfelelő érték közé esik, akkor a vonalak között lineárisan interpolálunk.

A nomogram függőleges tengelye az áramló közeg térfogathozamát adja, amit L/s-ban ad meg ( $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ ).

A vízszintes tengelyen a nyomásesés olvasható le, a felső léptéken Pa / m-ben (ugyanis 1 m hosszú vezetékre érvényes adatokat ad meg), az alsó léptéken pedig mbar / m-ben. A kettő között három nagyságrend különbség van.

Mindkét tengely logaritmikus skálájú.

E nomogram csak adott fluidumra érvényes, a példaként bemutatott például hideg vízre.

A méretezéskor rendszerint a  $Q_v$  hozam ismert: a függőleges tengelyen felvesszük az e hozamnak megfelelő pontot és onnan egy vízszintest húzunk. Ez a vízszintes metszi a vezetékek emelkedő vonalait. Egy ilyen metszéspontban a második, ereszkedő vonalsereg segítségével meghatározzuk az illető átmérőjű vezetékben az áramlási sebességet. Ez a szerkesztés a  $v = Q_v / A$  hányados kiszámítását helyettesíti, ahol a cső  $d$  belső átmérőjével az áramlási keresztmetszet  $A = \pi \cdot d^2 / 4$ .

A sebesség meghatározása az optimális csőátmérő szempontjából fontos: minél nagyobb az átmérő, annál alacsonyabb az áramlási veszteség, viszont annál drágább a cső. Létezik tehát egy gazdasági számításokkal meghatározott gazdaságos áramlási sebesség-tartomány, ami vezetéktípusonként változik. A legkisebb gazdaságos sebesség rézcsövekben víz esetén 0.5...0.8 m/s körül van, azonban ha a víz ülepedésre hajlamos szennyeződések tartalmaz, akkor a megengedett legkisebb sebesség értéke növekedhet. A legnagyobb gazdaságos sebesség értéke rézcsövekben víz esetén 3...5 m/s között van, azonban ez az érték csökkenthető amennyiben a szállított vízben abrazív szennyeződések is vannak, vagy ha áramlás közben túl nagy zaj keletkezik.

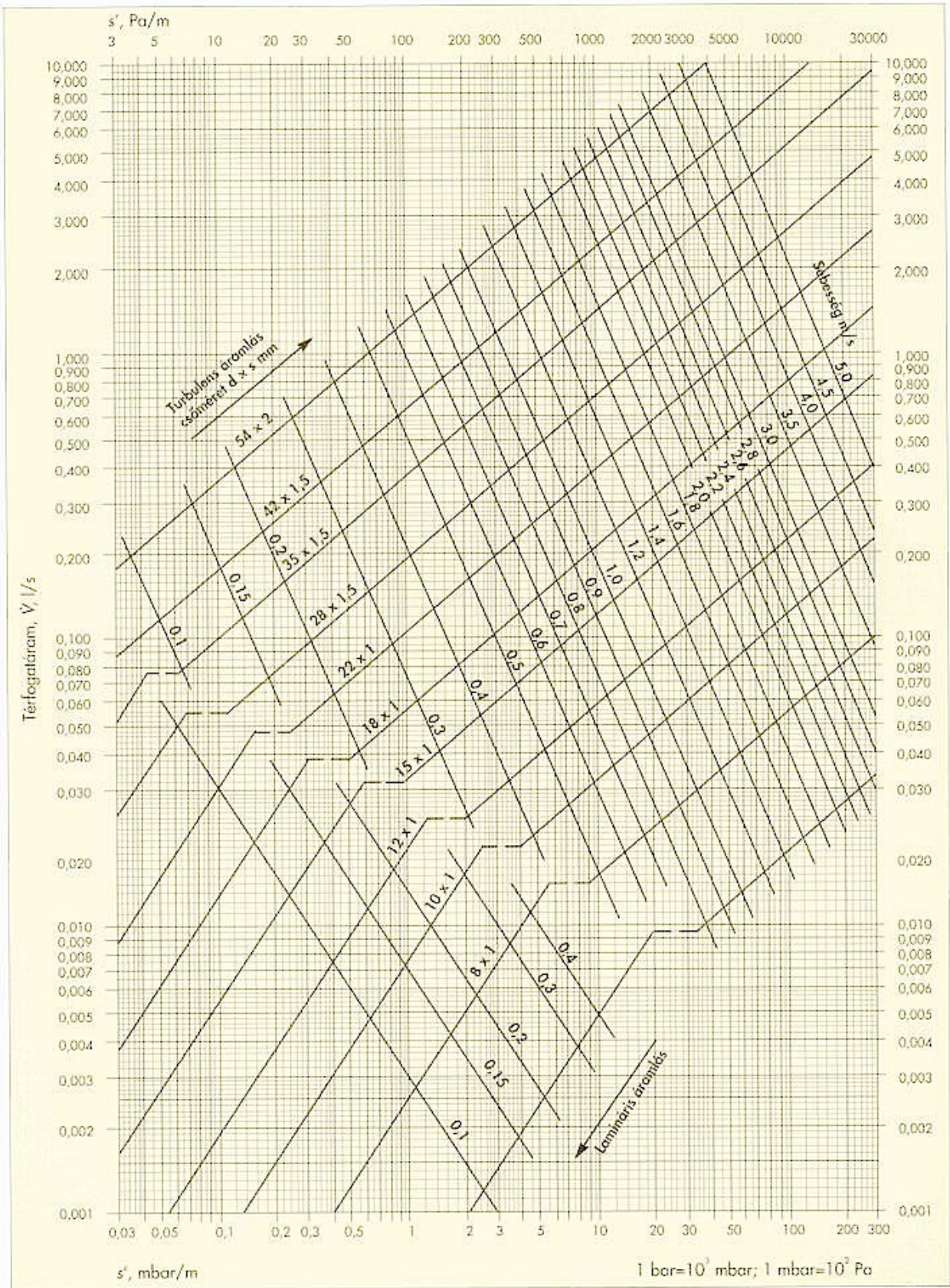
A cső átmérőjét tehát úgy kell megválasztanunk, hogy az áramlási sebesség elfogadható legyen. Bizonyos esetekben a legkisebb átmérőt különféle műszaki előírások írhatják elő (például ha a vezeték a tűzoltó rendszer része, akkor átmérője legalább 2" vagy 50 mm kell legyen).

Végül, ha kiválasztottuk a cső típusát (átmérőjét), az említett metszéspontból függőlegesen vetítve leolvashatjuk a keresett áramlási veszteséget.

A méretezés általában egy iteratív folyamat, amelynek során az átmérők változtatásával egyre közelebb kerülünk az optimálisnak tekintett megoldáshoz.

#### 4.2. Lokális veszteségforrások

A vezetékek, hidraulikus és pneumatikus berendezések nemcsak csövekből állanak, hanem egyéb idomokból és szerelvényekből is. Ezen idomok és szerelvények az áramlás előtt további veszteségforrásokat képviselnek.



4.3. ábra. Rézcsövekben fellépő súrlódási veszteségek kiszámítására szolgáló nomogram

Jelkép	Elnevezés	$\zeta$	Jelkép	Elnevezés	$\zeta$	Jelkép	Elnevezés	$\zeta$	Jelkép	Elnevezés	$\zeta$
	Könyök vagy iv (irányzat a DIN 1988 T3 és a TRGI szerint)	0,70		Elosztó kiemlényítése	0,50		Tiszta keresztidom, 90°-os Áramlás elválasztása Átáramlás	0,5		Elzárósap (kúpos) Átméltforma	2,0
	90°-os iv (r/d=1,2 Csődomboknál a DIN 29856 T11 szerint)	1,00 0,35 0,20 0,15		Gyűjtő beemlényítése	1,00		Tiszta keresztidom 90°-os Áramlás elválasztása Elágazás	1,3		Elzárósap (kúpos) Sarokforma (biztonsági csatlakozáserelvény)	5,0
	Könyök	$\mu=90^\circ$ 1,30 $60^\circ$ 0,80 $45^\circ$ 0,40		Melegvíz-tartó			Csatlakozó-idom Betorkolás GZ	NÁ 25 2,0 >NÁ 25 4,0		Elzárósap (kúpos) Átméltforma	0,5
	Lépcsős iv	0,50		Kiemlés	0,50					Elzárósap (kúpos) Sarokforma	1,3
	Elágazás, derékszögű			Beemlés	1,00		Szűkítőidom	0,40			
	Áramlás szétválasztása	1,30		Folyamatos szűkítő	$\mu=30^\circ$ 0,02 $45^\circ$ 0,04 $60^\circ$ 0,07		Folyamatos bővítő	$\mu=10^\circ$ 0,10 $20^\circ$ 0,15 $30^\circ$ 0,20 $40^\circ$ 0,20		Elzárószelepek Egyenes ülésszelepek	NÁ 15 10,0 NÁ 20 8,5 NÁ 25 7,0 NÁ 32 6,0 NÁ 40-tól NÁ 100-ig 5,0
	Áramlás egyesítése	0,90		Folyamatos bővítő	$\mu=10^\circ$ 0,10 $20^\circ$ 0,15 $30^\circ$ 0,20 $40^\circ$ 0,20		Taguló iv	1,00		Ferdő ülésszelepek	NÁ 15 3,5 NÁ 20 2,5 NÁ 25-től NÁ 50-ig 2,0 NÁ 65 0,7
	Átáramlás az áramlás szétválasztásánál	0,30		Taguló iv	1,00		Kompenzátor	2,00		Sarokszelepek	NÁ 10 7,0 NÁ 15 4,0 NÁ 20 2,0 NÁ 50 3,5 NÁ 65-től NÁ 100-ig 4,0
	Átáramlás az áramlás egyesítésénél	0,60		Kompenzátor	2,00		Kompenzátor	2,00		Membránszelepek	NÁ 15 10,0 NÁ 20 8,5 NÁ 25 7,0 NÁ 32 6,0 NÁ 40-tól NÁ 100-ig 5,0
	Ellenirányú áramlás az áramlás egyesítésénél	3,00		Tiszta T-idom, 90°-os	1,30		Tiszta T-ív	0,90		Tollazárók dugattyús tolattyúk, gölyöszapok	NÁ 10-től NÁ 15-ig 1,0 NÁ 20-tól NÁ 25-ig 0,5 NÁ 32-től NÁ 150-ig 0,3
	Ellenirányú áramlás az áramlás szétválasztásánál	1,50		Kettős T-ív, ellen-áramlással (a „G” részszakasz idomdarabjal végződik)	1,30		90°-os keresztidom Áramlás elválasztása Átáramlás	1,30		Radiátorszelep	4,0
	Elágazás, iv formában			90°-os keresztidom Áramlás elválasztása Elágazás	2,00		Átáramlás az áramlás szétválasztásánál	0,30		Radiátorszelep	2,0
	Áramlás egyesítése	0,40					Átáramlás az áramlás egyesítésénél	0,20		Sarokszelep	
	Átáramlás az áramlás szétválasztásánál	0,30								Visszafolyásgátó	NÁ 15-től NÁ 20-ig 7,7 NÁ 25-től NÁ 40-ig 4,3 NÁ 50 3,8 NÁ 65-től NÁ 100-ig 2,5
	Átáramlás az áramlás egyesítésénél	0,20								Átméltselep visszafolyásgátóval	NÁ 20 6,0 NÁ 25-től NÁ 50-ig 5,0
										Fűrészbilincs szelephez	NÁ 25-től NÁ 80-ig 5,0
										Nyomáscökkentő teljesen nyitva	30,0
										Fűtőkazán	2,5
										Fűtőtest, radiátor	2,5
										Lemezűfűtőtest	3,0

4.4. ábra. Alaki veszteségi tényezők táblázata

A lokális veszteségek a

$$h_r = \zeta_r \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (4.11)$$

képlettel számíthatók, ahol ezúttal a  $\zeta$  tényező az adott szerelvényt, idomot jellemzi. E veszteségeket úgy tekintjük, mintha egy adott pontban lépnének fel.

Egy egyszerűsítő elv alapján a veszteségforrások nem befolyásolják egymást (ez egyébként csak egymástól eléggé távoli szerelvényekre igaz, amikor a közöttük levő távolság az átmérő harmincszorosánál nagyobb), tehát a  $\zeta$  tényező csak az áramlási sebességtől függ. Ekképpen a vezetéken fellépő veszteséget a csőszakaszokon és a szerelvényeken fellépő veszteségek algebrai összegeként számíthatjuk:

$$h_r = \sum_i \frac{\zeta_i \cdot v_i^2}{2 \cdot g}, \quad (4.12)$$

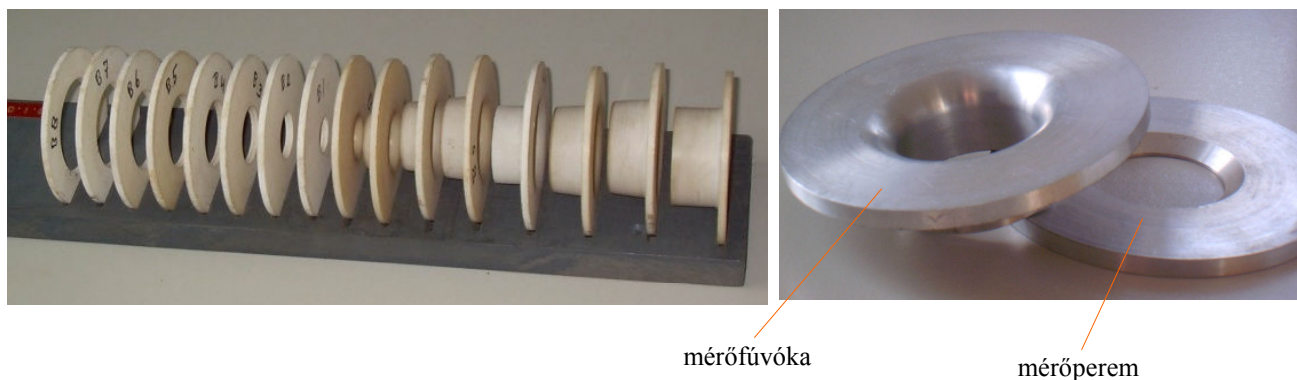
ahol az  $i$  indexű tagok a két kontrollkeresztmetszet közötti egyenes szakaszokra és a lokális veszteségeket okozó szerelvényekre vonatkoznak.



Az egyenes szakaszokra vonatkozó tagokat az előbbi fejezetben felsoroltak alapján számíthatjuk. A lokális veszteségforrásoknál néhány egyszerűbb esetben a  $\zeta$  tényező elméleti megfontolások alapján levezethető, egyébként azt csak kísérleti úton lehet meghatározni. A mérési eredmények feldolgozásának eredményei az empirikus képletek és a tényező értékének megállapítására használható diagramok és táblázatok.

Ezen veszteségforrásoknál az illető szerelvény anyaga (érdessége) csak kis, elhanyagolható mértékben befolyásolja az előálló nyomásesés mértékét, meghatározó szerepe a szerelvény formájának van. Éppen ezért ezeket a veszteségeket „alaki”-nak nevezik és  $\zeta$ -t általánosan, tehát anyagtól függetlenül adják meg. A 4.4. ábra ilyen, gyakorlati hasznú táblázatokat mutat be.

A lokális veszteségforrásoknak van egy kiemelt fontossággal bíró kategóriájuk, ezek a mérőperemek (vagy diafragmák) és a mérőfűvókák. Ezek a vezeték elzáró vékony lapok, amelyeken a vezeték tengelyében egy nyílás van. Ez a nyílás a mérőperemek esetén egy éles vagy sarkított peremű furat (diafragma), a mérőfűvókáknál pedig egy áramvonalasított szakasz (4.5. ábra). A mérőperemek sarkított éle a kilépésnél van, a fűvókák lekerekített, tágabb vége pedig a belépésnél.



4.5. ábra. Mérőperemek és fűvókák

A mérőperemek és a mérőfűvókák egy bizonyos ellenállást fejtenek ki az áramlással szemben, így rajtuk egy bizonyos, a térfogathozammal arányos nyomásesés jön létre. A hozam és a nyomásesés közötti összefüggés ismeretében a nyomásesés mérésével tulajdonképpen a hozam mérése is megoldható.

E készülékek tehát a Venturi-csőhöz hasonlóan hozammérésre használhatók. A közöttük fennálló különbségek leglényegesebbike az, hogy a mérőperem jelentős energiaveszteséget visz be, míg a Venturi-csőben a nyomásesés az áramlás felgyorsulásának köszönhető és az e cső által előidézett veszteségek általában elhanyagolhatók. A Venturi-cső azonban a mérőperemnél jóval komplikáltabb szerkezet, így gyakran a mérőperem használata fele dől el a mérleg nyelve. A mérőfűvókák a mérőperem és a Venturi-cső közötti köztes megoldást jelentik.

A mérőperemen átáramló folyadék hozama és a mérőperemen fellépő nyomásesés között bizonyos összefüggés van, ez a Torricelli-képlet:

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} \quad (4.13)$$

képlet, ahol  $\omega$  az átfolyási keresztmetszet (mérőperem nyílása),  $\rho$  az átáramló folyadék sűrűsége és  $\mu$  a perem geometriától függő hozamtényezője, másképpen „átfolyási szám”. Ez utóbbi mennyiséget laboratóriumi mérések alapján megrajzolt nomogramokból lehet egyszerűbben meghatározni, a szűkülésben számított Reynolds-szám függvényében.

Ahhoz, hogy egy mérőperemet hozammérésre lehessen használni, ismerni kell tehát a  $\mu$  hozamtényezőt: emiatt a mérőperemek geometriáját standardizálják, és így a mérések alapján megállapított nomogram, amelyből  $\mu$ -t meghatározhatjuk, minden esetben használható lesz.

#### 4.3. A gyakorlat célja

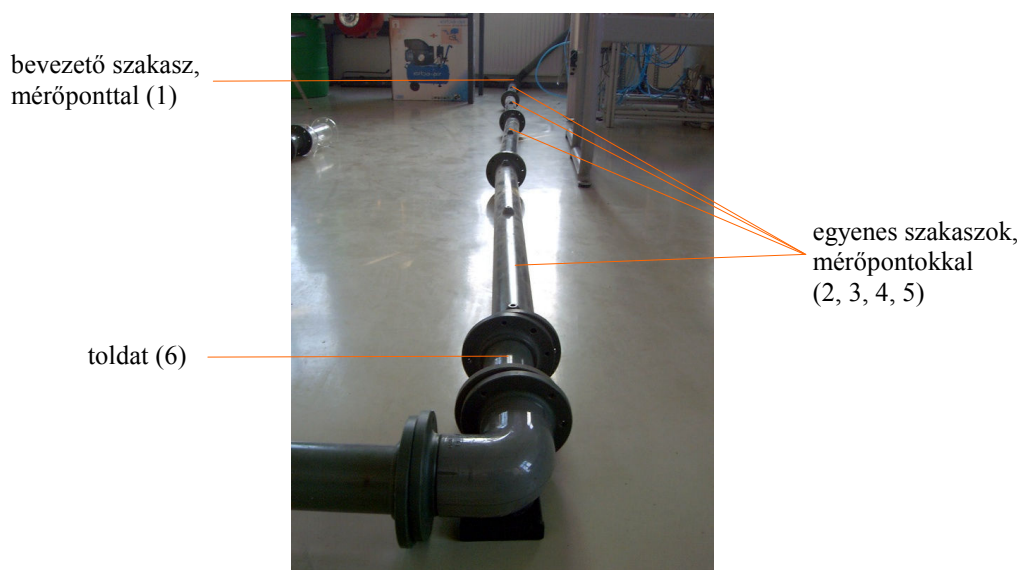
A gyakorlat célja a csövek és szerelvények hidraulikai veszteségeinek méréssel történő meghatározása. Ez a gyakorlat a mérőperemekkel is foglalkozik.

#### 4.4. A kísérleti berendezés bemutatása

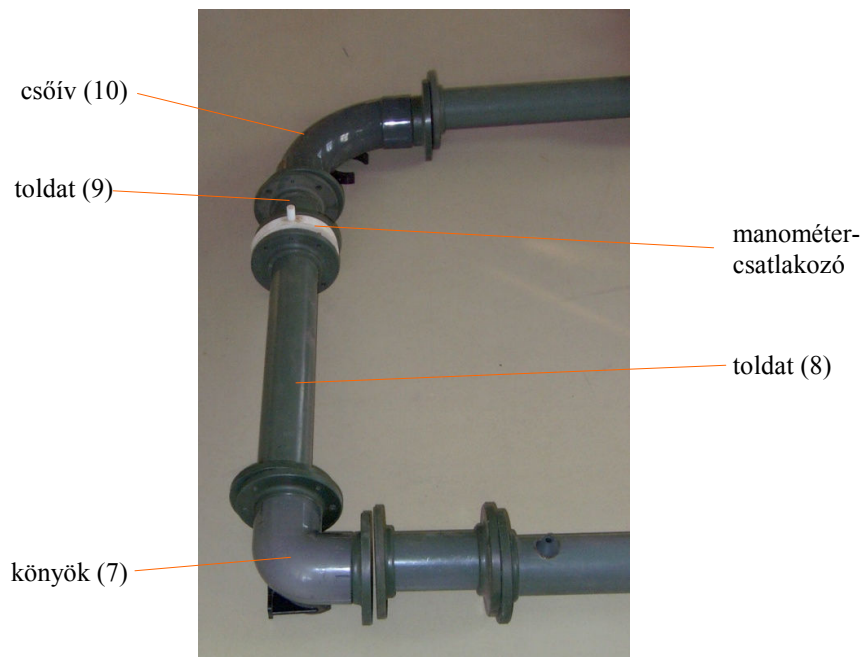
A kísérleti berendezés egy levegő által átáramlott vezetékből áll. A levegőt az előbbi gyakorlatban is használt centrifugál-kompresszor állítja elő. A vezetékek, szerelvények 53.2 mm belső átmérőjűek és műanyagból készültek. Az elemek illesztése csőkarimával (flanszikkal) történik, ahol az illesztések annyira pontosak, hogy nem visznek be plusz veszteségeket. A mérésekre használt rész a következő fényképeken látható elemekből áll. A megszámozott elemek jellemzőit a 4.1. táblázat foglalja össze.



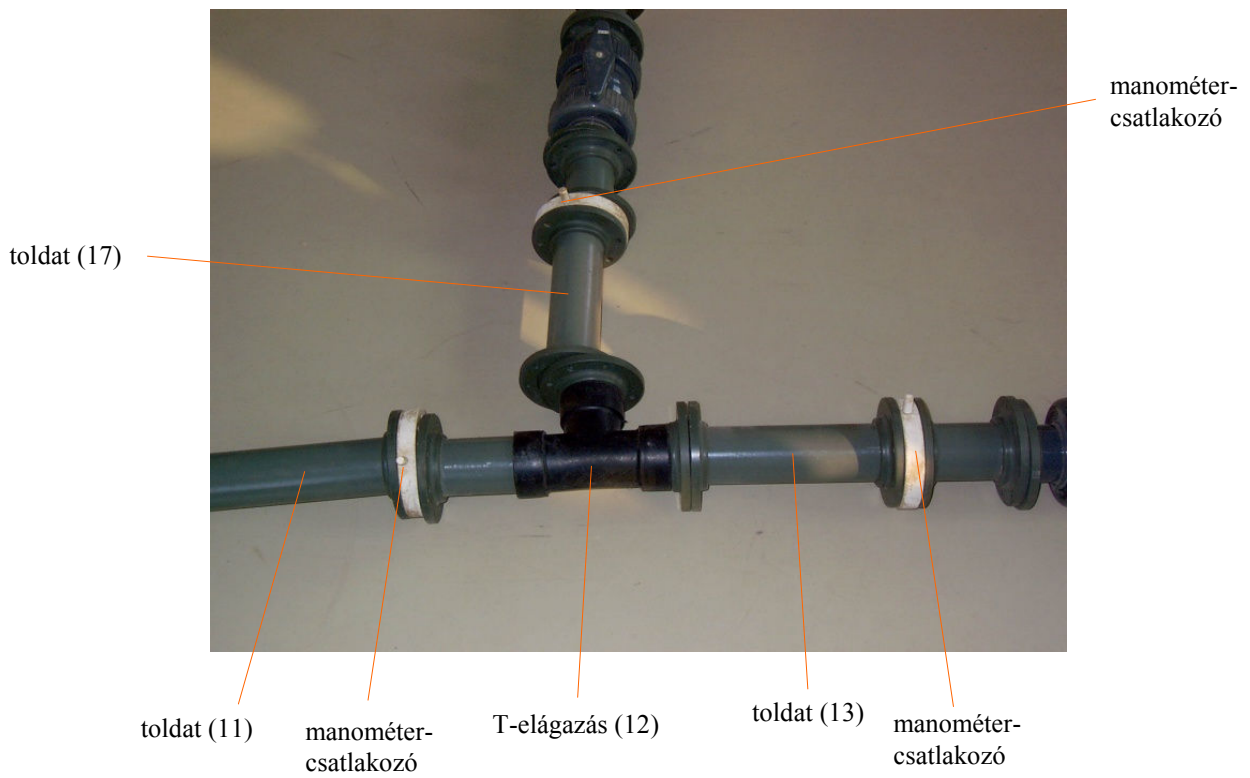
4.6. ábra. A centrifugál-kompresszor



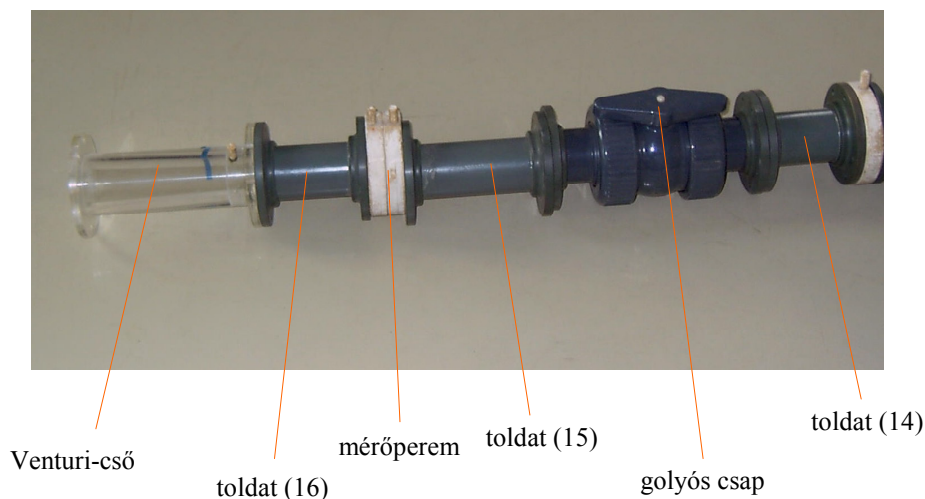
4.7. ábra. Az egyenes csőszakasz elemei



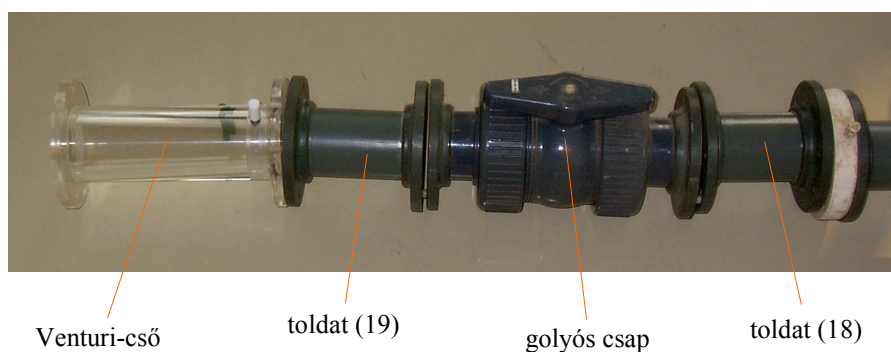
**4.8. ábra. Könyök és csőív**



**4.9. ábra. T elágazás**



**4.10. ábra.** Mérőperemes vég

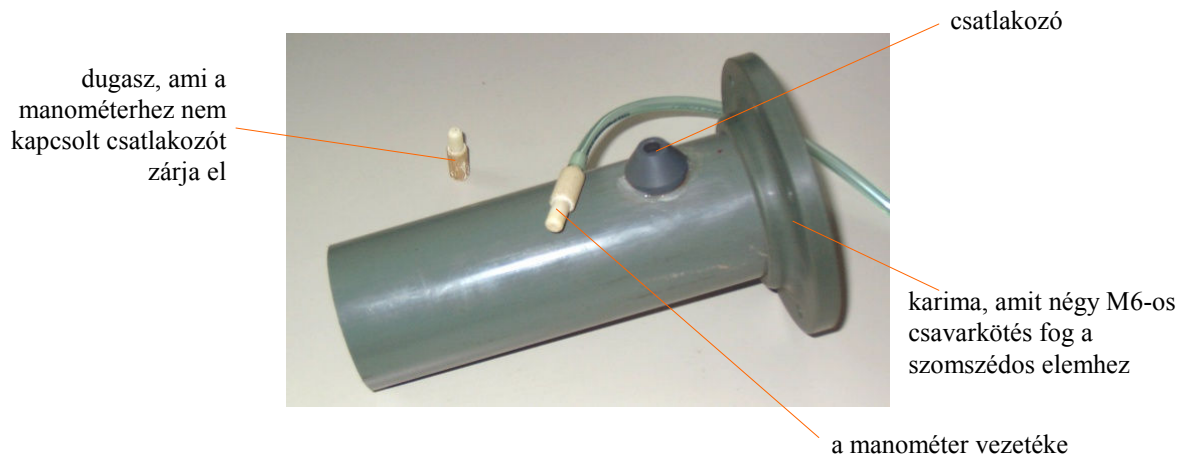


**4.11. ábra.** Mérőperem nélküli vég

Sorszám	Elem	Méret
1.	bevezető csőszakasz manométer-csatlakozóval	$L = 400$ mm
2, 3, 4, 5.	egyenes csőszakaszok manométer-csatlakozókkal	$L = 1050$ mm
6.	toldal	$L = 128$ mm
7.	könyök	$R = 40$ mm
8.	toldal	$L = 450$ mm
9.	toldal	$L = 124$ mm
10.	csőív	$R = 150$ mm
11.	toldal	$L = 338$ mm
12.	T csatlakozó, bemenete	$L = 100$ mm
13.	toldal	$L = 224$ mm
14.	toldal	$L = 110$ mm
15.	toldal	$L = 164$ mm
16.	toldal	$L = 88$ mm
17.	toldal	$L = 224$ mm
18.	toldal	$L = 120$ mm
19.	toldal	$L = 122$ mm
–	manométer-csatlakozók	$L = 19$ mm
–	mérőperem	$L = 39$ mm
–	Venturi-csővek kimenete	$L = 150$ mm

**4.1. táblázat.** Az elemek mérete

A berendezéshez tartozik még két rövid szakasz (4.12. ábra), amelyek a Venturi-csövekhez csatlakoznak és amelyeken egy-egy manométer-csatlakozó van. A csatlakozók a cső végétől 45 mm -re, illetve a hosszú szakaszok közepén vannak.



**4.12. ábra.** A kiömlő csőszakaszok közelképe a manométer-csatlakozóval

Az elemeket összekötő toldatok szerepe az örvényesség hatásának csillapítása. Nyomást mérni a belépés előtt egy rövidebb, a kilépés után pedig egy hosszabb távolságon kell. Ha nagyon pontosak akarunk lenni, akkor a belépés előtt öt, illetve a kilépés után harminc csőátmérőnyi távolságon kellene elhelyezni a mérőpontokat. A mi esetünkben ez a rendelkezésünkre álló helyhez mérten igen hosszú szakaszokat eredményezne (250 , illetve 1500 mm ), éppen ezért megelégszünk a táblázatban feltüntetettekkel.

A szétszedett mérőperem a 4.13. ábrán látható. A bele találó, cserélhető mérőperemek és mérőfűvőkák a 4.5. ábra bal oldalán láthatók, a méretek (a nyílás átmérője) a 4.2. táblázatban található. „Üres” állapotban a mérőperem karimái között egy, a vezetékek belső átmérőjével egyező nyílású távolságtartó gyűrű van. A karimákat az óramutató járásával ellentétes irányban lehet szétcsavarni.



**4.13. ábra.** A szétszedett mérőperem

A berendezéshez tartozik egy U-csöves folyadékmanométer is. A Venturi-csövek az előbbi gyakorlaton használttal azonosak.

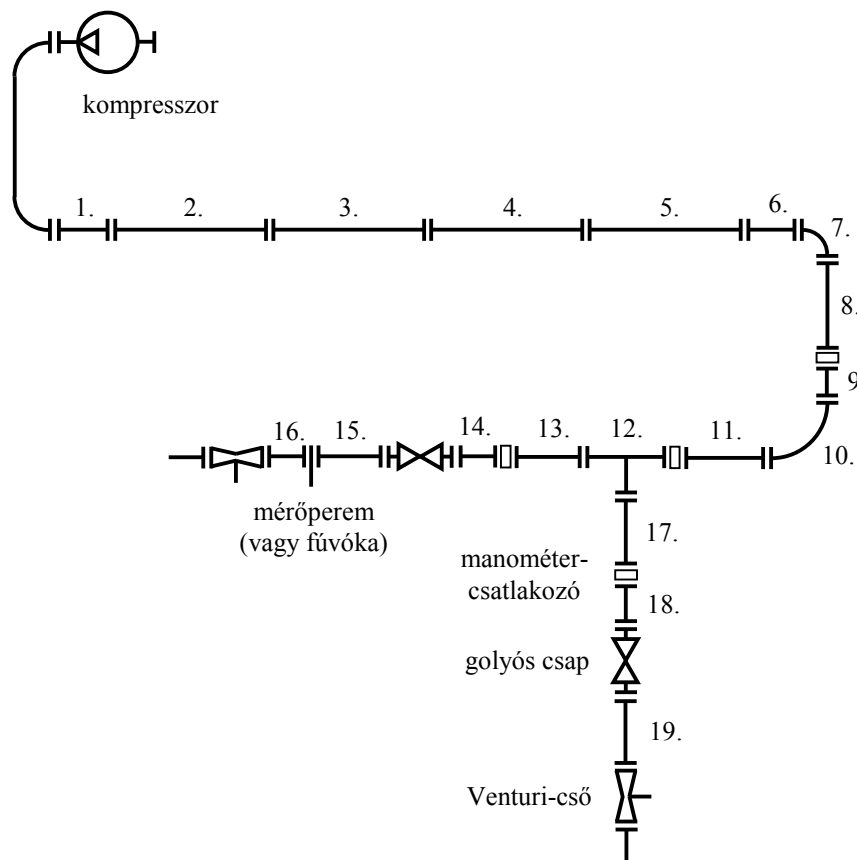
Sorszám	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Mérőperem átmérője (mm)								
Mérőfűvóka átmérője (mm)								

4.2. táblázat. A mérőperemek és a mérőfűvókák

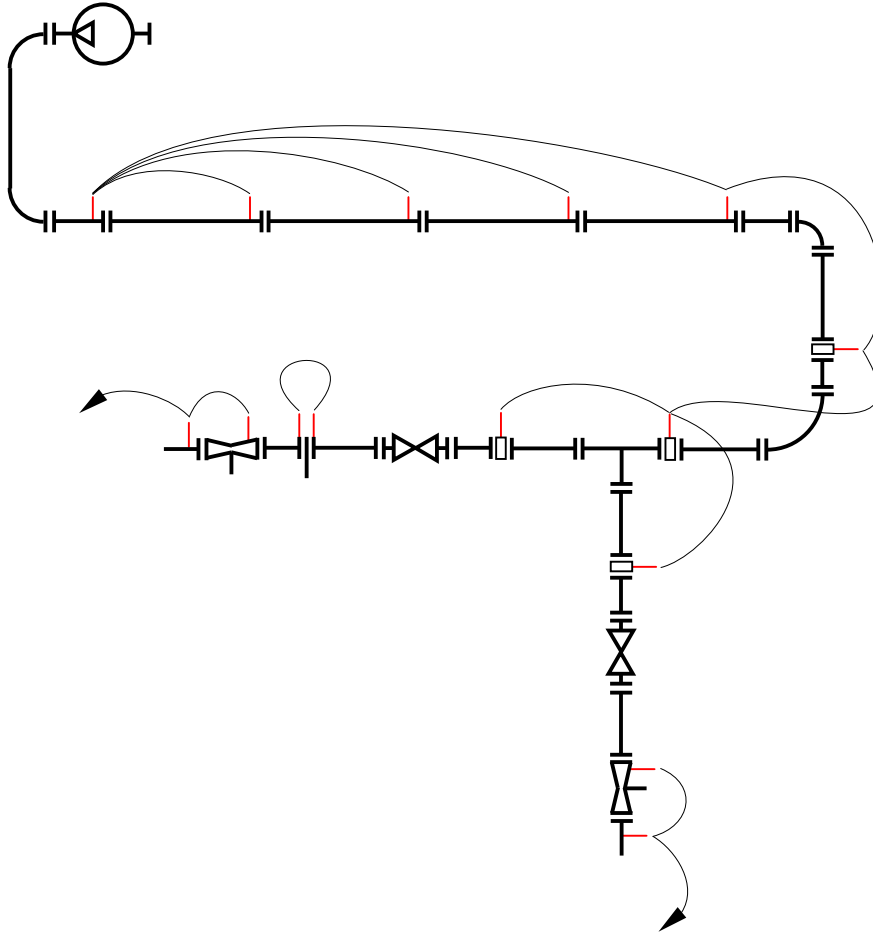
#### 4.5. A mérések menete

A mérések elvégzésekor az U-csöves manométert differenciál-manométerként használjuk, ezzel az egyenes csőszakasz mérőpontjai, illetve a beiktatott idomok (a könyök, a csőív, a T elágazás átmenő szára, illetve annak leágazása, a mérőperemek, a Venturi-csövek) végpontjai között fellépő nyomáscsökkenést, illetve a kilépő szakasz mérőpontja és az atmoszféra közötti nyomáskülönbséget mérjük. Az egyenes csőszakaszok kilépése felőli csatlakozókat használjuk; két ilyen pont közötti távolság az egyenes, hosszú szakasz hosszával egyenlő.

A berendezés sémáját a 4.14. ábra, a mérések helyét a 4.15. ábra mutatja.



4.14. ábra. A berendezés sémája



4.15. ábra. A mérések helye

A mérések megkezdése előtt elindítjuk a centrifugál-kompresszort. Ezután a csapokat teljesen megnyitjuk és elvégezzük a méréseket: a manométer két vezetékét a megjelölt helyekhez csatlakoztatjuk, majd elzárjuk a manométer két ágát rövidre záró csapot. A mérés elvégzése után, mielőtt a manométer csatlakozóit széthúznánk, a csapot ne felejtsük el ismét megnyitni, ellenben a vizet a vezetékben uralkodó nyomás ki fogja spriccelni. A mérés maga a  $\Delta h$  szintkülönbség leolvasásából és lejegyzéséből áll.

Miután egy mérés-sorozattal végeztünk, a csapokon egy kicsit zárunk és az előbbi műveleteket még kétszer-háromszor megismételjük.

#### 4.6. Az adatok feldolgozása

A Venturi-cső és a mérőperem esetében a  $\Delta h$  szintkülönbségeket  $\Delta p$  nyomáskülönbséggé alakítjuk át, akár csak az előző gyakorlatban (a mérőfolyadék most is víz).

A Venturi-csőeken mért nyomásesésekből kiszámítjuk az ágak hozamát (a T-csatlakozó előtti ágban a hozam a másik kettő összege lesz), valamint a megfelelő áramlási sebességeket ( $v = Q / A$ , ahol a vezeték keresztmetszete  $A = \pi \cdot d^2 / 4$ ).

E sebességekkel és a megfelelő nyomásesésekkel a 4.1. képletből meghatározzuk a vezetékek csősúrlódási együtthatóját ( $\lambda$ ), illetve a 4.11. képletből a könyök, a csőív, a T átmenő és leágazó ágának, valamint a kilépés veszteségi tényezőjét ( $\zeta$ ). A mérőperem vagy a mérőfűvőka esetében a hozam ismeretében a 4.13. képletből kiszámítjuk a hozamtényezőt. Az  $\omega$  átömlési keresztmetszetet

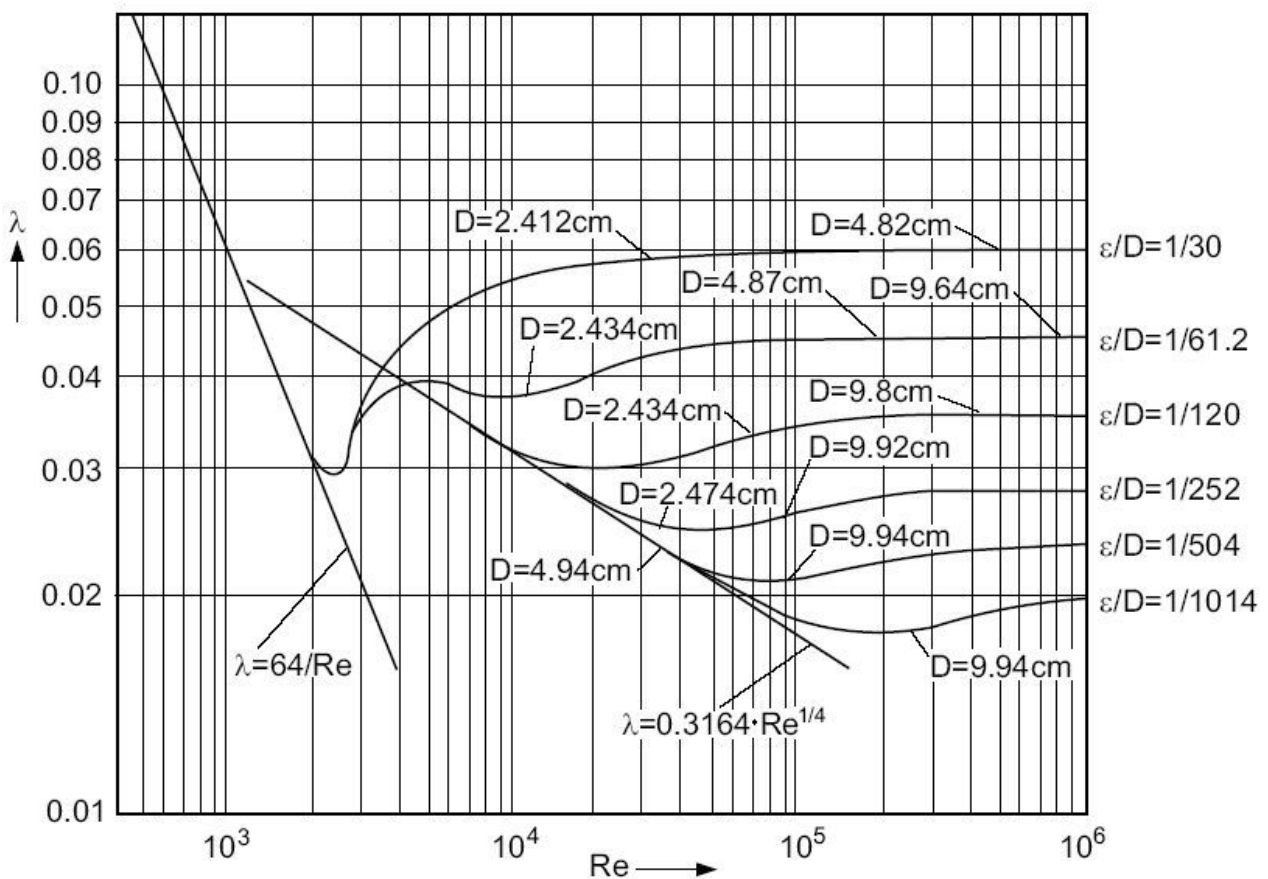
a használt perem vagy fúvóka nyílásának átmérőjével számítjuk ki. A levegő sűrűsége  $\rho = 1.2041 \text{ kg/m}^3$ .

A pontosság megkívánná, hogy a lokális veszteségek mérésekor vegyük figyelembe a mérési pont és a lokális veszteséget okozó szerelvény be-, illetve kilépési pontja közötti csőszakaszon fellépő lineáris veszteséget is. Mivel e szakaszok nagyon rövidek és a csősúrlódás amúgy sem jelentős, ettől a dologtól most eltekintünk.

#### 4.7. Irodalom

1. Kakucs András: *Áramlástan* (5. fejezet), Scientia, Kolozsvár, 2007

#### 4.8. Függelék



4.16. ábra. A Nikuradse-diagram



## 5. HOZAMMÉRÉS BUKÓKKAL

### 5.1. Csatornák

A csatornában a folyadék áramlása szabad felszínű, a felszín felett rendszerint levegő van. A csatornák lehetnek nyitottak vagy zártak, vagyis csőszerűek. Csatornának tekintjük azokat a csöveket is, amelyeket az áramló folyadék ugyan teljesen kitölt, de a keresztmetszet legmagasabb pontjában a relatív hidrosztatikai nyomás zero: ilyenkor a keresztmetszet éppen megtelik.

A csatornák méretezésének esetében nem a hidraulikai veszteség meghatározása, hanem az adott dőlésű és keresztmetszetű csatornában áramló hozam vagy az áramlási sebesség kiszámítása az elsődleges cél.

A legegyszerűbb stacionárius áramlás esetében egy állandó dőlésű és keresztmetszetű a csatorna hossza mentén a folyadék mélysége is állandó lesz, tehát a szabad felszín dőlése a csatorna dőlésével azonos. Ez esetben az áramlás sebessége a csatorna hosszában nem változik, ezt a típusú áramlást *egyenletesnek* mondják (ellentétes esetben a mozgás *változó*).

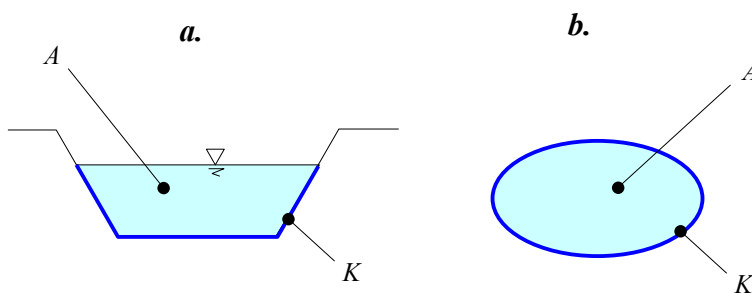
A szintkülönbséget és az átlagos áramlási sebességet most is a csöveknél használt Darcy-Weissbach képlettel köthetnénk össze, ahol a  $d$  átmérőt a hidraulikus sugár négyszeresével kellene helyettesítenünk. A gyakorlatban azonban egy másikfajta képlet használata terjedt el, ez pedig az áramlás átlagos  $v$  sebességét adó Chézy-formula:

$$v = C \cdot \sqrt{R \cdot J}, \quad (5.1)$$

ahol  $C$  a Chézy-együttható,  $R$  a hidraulikus sugár,  $J$  pedig a csatorna (és a szabad felszín) dőlése. A hidraulikus sugár az  $A$  folyadék-keresztmetszet és a  $K$  nedvesített kerület hányadosa:

$$R = \frac{A}{K}. \quad (5.2)$$

A nedvesített kerület a folyadék-keresztmetszetnek az álló szilárd fallal érintkező része (5.1. ábra).



5.1. ábra. A nedvesített kerület csatornák (a.) és csővezetékek (b.) esetén

A Chézy-képletet szemrevéve azonnal megállapíthatjuk, hogy  $C$  a csősúrlódási tényezőtől eltérően nem egy dimenzió nélküli szám. A Chézy-együttható meghatározására több képlet is létezik, a legelterjedtebb a Manning-formula:

$$C = \frac{1}{n} \cdot R^y, \quad (5.3)$$

ahol a hatványkitevő  $y = 1/6$ . A képletben szereplő  $n$  a csatorna falának *érdességi együtthatója*, amely egy kísérletileg meghatározott érték, nagysága a használt mértékegységektől is függ.

A Manning-képlet és annak korrigált formái csak a turbulens áramlásokra igazak. Kevésbé ismert, de általánosabb és pontosabb a Powel-formula, mely a Colebrook-White formulához hasonlóan szintén egy implicit egyenlet:

$$C = -23 \cdot \lg \left( \frac{\Delta}{R} + \frac{C}{3.3 \cdot Re} \right). \quad (5.4)$$

Itt  $\Delta$  a csatorna falának érdessége (az egyenetlenségek átlagos magassága). Ez a képlet ebben a formában általános érvényű, de tulajdonképpen csak félerdes csatornákra javasolják. Hidraulikailag sima falak esetében az összeg első tagját, míg hidraulikailag érdes falak esetében a második tagját hagyhatjuk el.

Létezik egy  $C$ -t közvetlenül megadó, általános érvényű White-Colebrook képlet is:

$$C = 18 \cdot \lg \frac{6 \cdot R}{\delta \left( \Delta + \frac{1}{7} \right)}, \quad (5.5)$$

ahol  $\delta$  a lamináris alapréteg vastagsága:

$$\delta = \frac{12 \cdot v_k}{\sqrt{g \cdot R \cdot J}}. \quad (5.6)$$

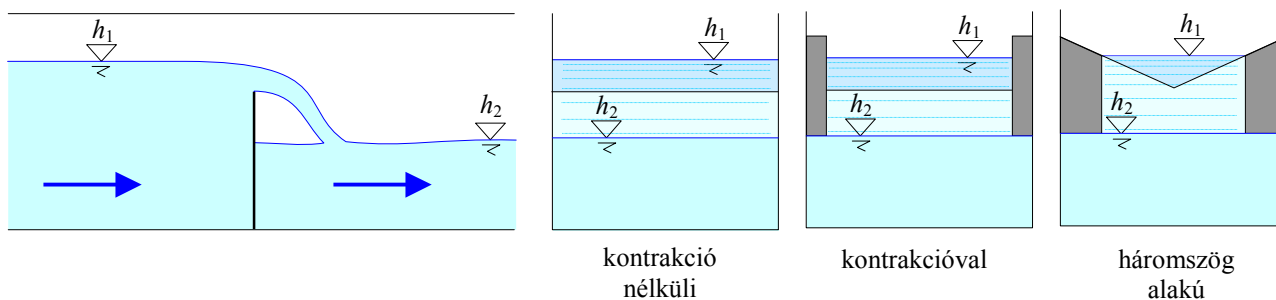
A gyakorlatban csatornában lamináris áramlással csak ritkán találkozunk, a lassú áramlás miatt pedig a szabad felszín ilyenkor közel vízszintes lesz.

## 5.2. Bukók

A csatorna irányváltásai, keresztmetszet változása, a csatornán elhelyezett műtárgyak (sziták, rácsok, szabályzó-szerkezetek) helyi szintkülönbség-eséseket okoznak, melyet – akárcsak a nyomás alatt működő vezetékek esetében – empirikus képletekkel vagy mért adatok alapján összeállított táblázatokkal vagy grafikonokkal lehet megállapítani.

E helyi ellenállások közül különösebb fontossággal bírnak a különböző mérőbukók és a Venturi-csatorna, ugyanis a mérhető szintkülönbségből az áramló folyadék hozama közvetlenül megállapítható.

A bukók az áramlás útjába tett különböző akadályok, mely felett az áramló folyadék átbukik. Az akadály formájától függően több típusukat különböztetjük meg, a mérőbukók azonban az áramlás útjára merőlegesen elhelyezett vékony lapokból állanak (5.2. ábra) – az ilyen típust *élesszélűnek* nevezik.



5.2. ábra. Különböző típusú élesszélű bukók

A bukó pereme (a *bukóél*) lehet a bukó alatti folyadékszint (*alvízszint*) felett vagy alatt, ez utóbbi esetben a bukó *fojtott*.

A nem fojtott bukó hozama a bukó feletti folyadékszint (*felvízszint*) és a bukóél peremének szintje közötti különbségtől ( $H$ ) és az átömlés keresztmetszetétől ( $\omega$ ) függ. A hozamot adó képlet a Torricelli-képlettel lényegében azonos

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \quad (5.7)$$

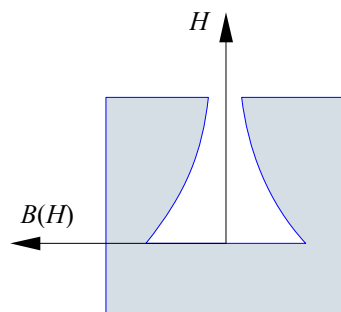
formula, ahol  $\mu$  a bukó hozamállandója. E formulát gyakran Poleni - Du Buat képletnek nevezik. A  $\mu$  hozamállandót különböző empirikus összefüggések adják.

Fojtott bukók esetében az alvízszintet is számításba kell venni, éppen ezért hozammérésre a nem fojtott bukót részesítik előnyben.

A hozam képletében az  $\omega$  keresztmetszetet a  $H$  magasság segítségével is kifejezhetjük. Egy téglalap nyílású bukó esetében így egy olyan összefüggéshez jutunk, mely szerint a hozam  $H^{3/2}$  hatványával arányos. Ez az arányosság a hozam mérésének szempontjából előnytelen, előnyösebb lenne, ha a hozam a  $H$  magassággal egyenes arányban állna, hiszen a hozam nagyságát e magasság mérésével tudjuk megállapítani:

$$Q = c \cdot H = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \quad (5.8)$$

(itt  $c$  egy arányossági tényező). E feltételből következik, hogy az  $\omega$  felület  $\sqrt{H}$ -val kell arányos legyen, innen megállapíthatjuk, hogy a folyadék felszínén a bukó nyílásának  $B(H)$  szélessége  $1/\sqrt{H}$ -val arányos. Így egy paraboláívvvel lehatárolt felülethez jutunk. A paraboláívet szimmetrikusan megosztjuk, az így kapott bukót pedig proporcionálisnak vagy lineárisnak nevezzük (5.3. ábra).



5.3. ábra. Proporcionalis bukó nyílása

### 5.3. A gyakorlat célja

A gyakorlat célja a csatornák és a bukók tanulmányozása: a kísérleti berendezés egy állítható lejtésű csatorna, amelynek segítségével a Chézy-formula gyakorlati alkalmazásáról nyerünk betekintést: a mért adatok alapján a csatorna falának érdességi együtthatóját fogjuk meghatározni.

E csatornát az alvízszinten egy bukó zárja el, az átbukó hozamot ismerve a Poleni - Du Buat képletben szereplő hozamállandót számítjuk ki.

#### 5.4. A kísérleti berendezés bemutatása

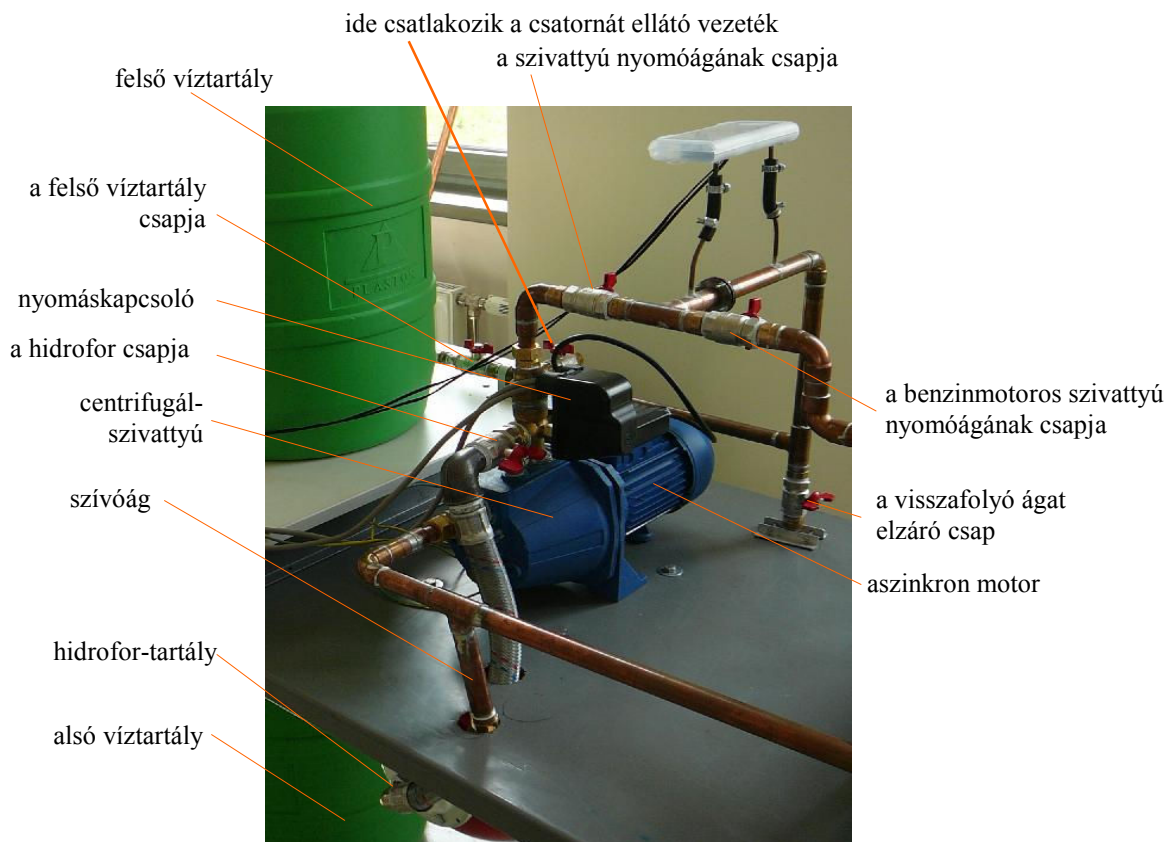
A kísérleti berendezés egy téglalap keresztmetszetű egyenes csatornaszakaszból áll. E csatorna dőlésszöge (lejtése) változtatható. A csatorna vízzel való táplálása a laboratóriumban található szivattyúról történik.

Ahhoz, hogy a belépésnél a turbulenciát csökkentsük, a felvív felüli végén a csatornában több, egymást követő rácsot helyeztünk el.

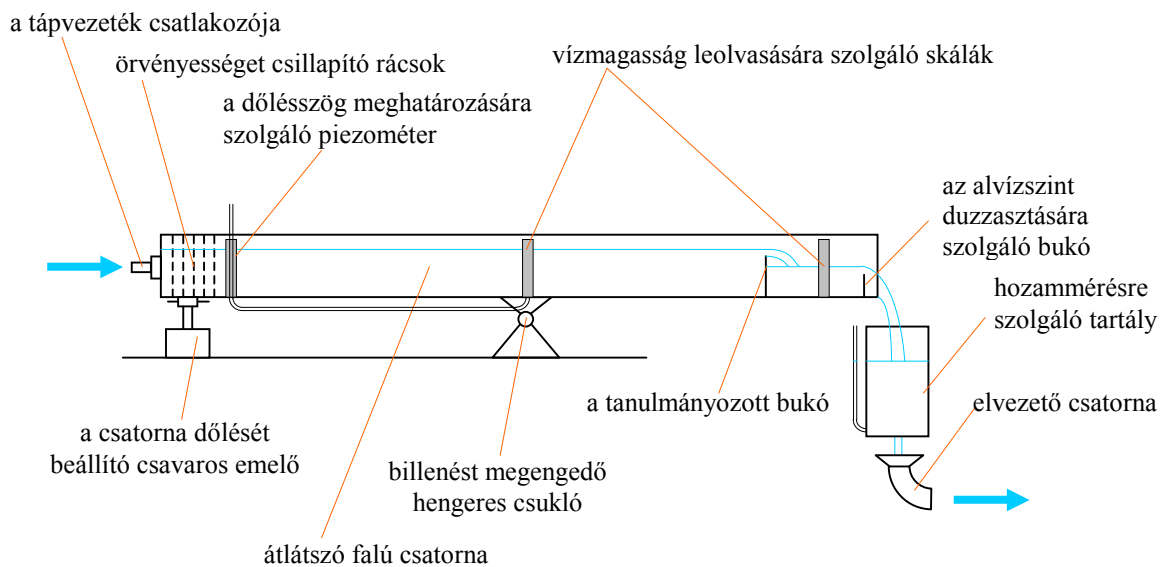
Az alvív felüli végén a csatornát cserélhető lemezek, különféle profilú élesperemű bukók zárják el. A fojtott bukók tanulmányozásához az alvízszint emelése szükséges – ezt egy második bukó beépítésével érhetjük el.

A kiömlő víz egy tartályba kerül, amelynek az alján egy kör alakú nyílás található. E nyíláson keresztül a víz egy zárt csatornába jut és azon keresztül visszakerül a szivattyú szívótartályába. A nyíláson keresztül kiömlő víz hozamát, mint minden átömlő vagy kifolyó hozamot, szintén a Poleni - Du Buat képlet adja. egyensúlyban e nyíláson keresztül pont annyi víz folyik el, mint amennyi belép a csatorna kezdeténél (és amennyi átömlik a bukók felett), ekkor a tartályban a víz bizonyos magasságban fog állni a nyílás felett. Ez a magasság az 5.7. képlet szerint összefüggésben áll az átömlő hozammal, tehát megfelelő kalibrálás után a hozam magasságméréssel megoldható. A tartályhoz kapcsolt piezométercső skálája tehát közvetlenül a hozamot adja, amelyet a víz felszínénél kell leolvasni.

A csatornán áthaladó hozamot a szivattyú fojtásával lehet szabályozni. E kísérleteknél a szivattyú nyomótartályát kiiktatjuk, a hidrofor-tartály csapját és a visszafolyóág csapját lezárjuk, a benzinmotoros szivattyút leválasztjuk, a hidrofor nyomáskapcsolóját pedig rövidre zárjuk. Ez a kapcsoló a szivattyú tápvezetékén levő mérőműszereket tartalmazó doboz oldalán található.



5.4. ábra. A csatornát tápláló berendezés



**5.5. ábra.** A kísérleti csatorna vázlatja

A csatorna dőlésszögének megállapítására egy U-cső szolgál: ennek egyik vége a csatorna billenő csuklójánál csatlakozik a csatorna aljához, a másik végén levő közel függőleges szár pedig a csatorna végének közelében van annak oldalához rögzítve. A csatornában és az U-cső függőleges ágában levő szintkülönbségből a dőlésszög meghatározható.

### 5.5. A mérések menete

Kétfajta kísérletet végzünk el. Az első mérésorozat az 5.1. Chézy-képlet kísérleti ellenőrzésére vonatkozik. Ekkor az 5.5. ábrán a „tanulmányozott bukó”-ként jelölt helyre különböző magasságú, téglalap alakú lemezeket helyezünk, amelyek kontrakció nélküli peremekként fognak működni és amelyekkel a csatornában áramló víz mélységét állítjuk. A csatorna dőlésszögét a csavaros emelővel állítjuk, a szivattyú hozamát pedig a nyomóágon levő csappal szabályozzuk.

Ekkor a következő dolgokat mérjük meg és jegyezzük le:

- a csatornában áramló víz mélységét, amelyet a billenő csukló közelében levő skáláról olvasunk le. Jelöljük a leolvasott értéket  $h_1$ -gyel. Ezt a mélységet nem függőlegesen, hanem a csatorna aljára merőlegesen mérjük;
- a piezométerben felemelkedő víz felszíne és a csatornában áramló víz szabad felszíne közötti  $\Delta h$  szintkülönbséget, amelyet a bal oldali skálán olvasunk le és amelyet szintén a csatorna aljára merőleges irányban mérünk;
- a hozammérő tartály piezométerének skálájáról az átfolyó  $Q$  hozamot.

Ezeket a méréseket további néhány beállítás mellett is elvégezzük.

A második kísérletsorozatban a bukókat tanulmányozzuk, a cél a  $\mu$  hozamtényező kiszámítása. Ekkor a „tanulmányozott bukó”-ként jelölt helyre különböző profilú élesperemű bukókat helyezünk. A csatorna szögét úgy állítjuk be, hogy az enyhén lejtson a bukó fele és azt nem változtatjuk.

E kísérletek során ugyanazokat a mennyiségeket olvassuk le, mint az előző sorozatban. Ha fojtott bukót tanulmányozunk, akkor az alvízszint szabályozását az előbbi sorozatban használt

téglalap alakú elemekkel oldjuk meg, ekkor az alvízi  $h_2$  mélységet a jobb oldali skálán olvassuk le. A bukón átömlő hozamot a szivattyú nyomóági csapjával szabályozzuk, a méréseket egy-egy ilyen bukó esetén több beállított hozam-érték mellett is elvégezzük.

### 5.6. Az adatok feldolgoása

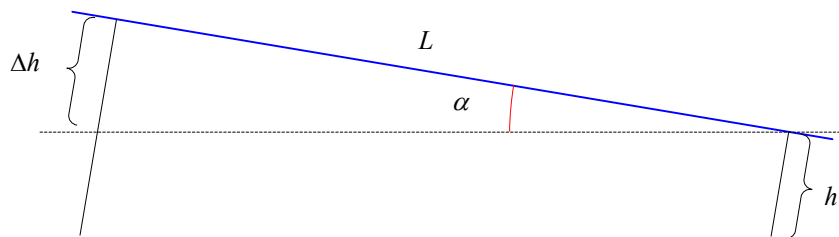
A mért adatokból a csatorna dőlésszögét az 5.6. ábra alapján számítjuk ki. Az  $L$  távolságot a két skála között mérjük. Az ábra alapján

$$\alpha = \arctg \frac{\Delta h}{L}, \quad (5.9)$$

a csatorna lejtése pedig

$$J = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta h}{L}. \quad (5.10)$$

A lejtést egyébként a vízszintesen mért 1 m távolságon a függőleges irányban mért szintkülönbségként szokás megadni: e definíció szerint  $\Delta H$  függőleges vetületét kellene elosztani az  $L$  távolság vízszintes vetületével. Az eredmény ugyanaz lesz.



5.6. ábra. A csatorna lejtésének kiszámításához

A bukókat rendszerint függőlegesen helyezik el és a szintkülönbségeket is függőlegesen mérik. A kísérletekben e mérések a csatorna aljára merőleges irányban történnek, a mért adatokat tehát a függőleges vetületeikkel kellene helyettesítenünk, azaz minden mennyiséget  $\cos \alpha$ -val kellene beszoroznunk. Mivel még a csatorna erősnek számító dőlése,  $\alpha = 10^\circ$  esetén is az eltérés 2 % alatt van ( $\cos 10^\circ \approx 0.985$ ), e korrekcióktól nyugodtan eltekinthetünk.

A Chézy-képlet ellenőrzésekor a következőket számoljuk ki:

– az áramlás keresztmetszetét:

$$A = b \cdot h_1, \quad (5.11)$$

ahol  $b$  a csatorna szélessége;

– a nedvesített kerületet:

$$K = b + 2 \cdot h_1; \quad (5.12)$$

– az 5.2. képlet szerint a hidraulikus sugarat ( $R$ );

– az 5.10. képlettel a csatorna lejtését ( $J$ );

– a mért hozammal az átlagos áramlási sebességet:

$$v = \frac{Q}{A}; \quad (5.13)$$

– az 5.1. képletből a Chézy-együtthatót:

$$C = \frac{v}{\sqrt{R \cdot J}}; \quad (5.14)$$

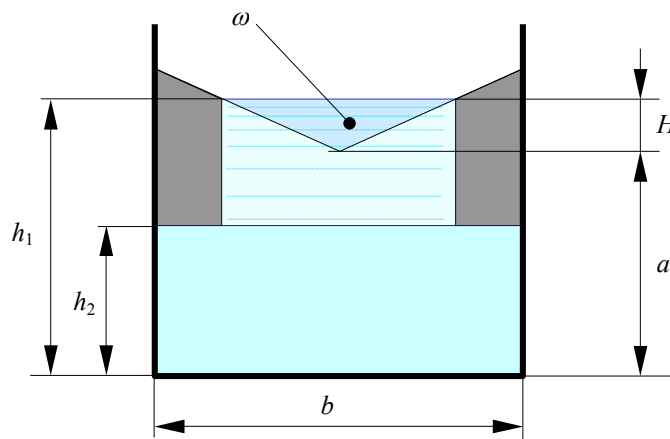
– az 5.3. Manning-képletből az érdességi együtthatót (elfogadjuk az  $y = 1/6$  értéket):

$$n = \frac{1}{C} \cdot R^y = \frac{\sqrt[6]{R}}{C}. \quad (5.15)$$

Amennyiben a kísérleti csatornánk esetében a Chézy-képlet (és a Manning-formula az  $y = 1/6$  kitevővel) alkalmazható, akkor a különböző beállítások mellett mért adatokkal kiszámított  $n$  érdességi együtthatók egymáshoz közeli értékek kell legyenek.

A bukók tanulmányozásakor a következő számításokat végezzük el:

– a tanulmányozott bukó méreteivel és a  $h_1$  mélységgel meghatározzuk a bukó  $H$  terhelését (példa az 5.7. ábrán);



**5.7. ábra.** Geometriai méretek

– a tanulmányozott bukó méreteivel és a  $h_1$  mélységgel meghatározzuk a bukó  $\omega$  átömlési keresztmetszetét (példa szintén az 5.7. ábrán);

– az 5.7. képletből, a hozam és az előbb kiszámított adatok ismeretében meghatározzuk a hozam tényezőt:

$$\mu = \frac{Q}{\omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}}. \quad (5.16)$$

E hozam tényező turbulens áramlás esetén jó közelítéssel állandó, lamináris áramlás esetén a sebesség csökkenésével növekedik. Fojtott bukók esetén a hozam tényező a fojtás mértékétől (az 5.7. ábra szerint az  $a - h_2$  szintkülönbségtől) is függ.

## 5.7. Irodalom

1. Kakucs András: *Áramlástan* (5. fejezet), Scientia, Kolozsvár, 2007



## 6. REZGÉSEK, TRANZIENS JELENSÉGEK TANULMÁNYOZÁSA

### 6.1. Hidraulikus ellenállás, kapacitás és induktivitás

A hidraulikus rendszerek, körfolyamok, vezetékekkel összekötött diszkrét elemekből állanak. Közismert, hogy ezek az elemek és az összekötő vezetékek bizonyos ellenállást fejtenek ki az áramlással szemben. A gyakorlatban inkább előforduló turbulens áramlás esetében a létrejövő nyomásesést a hozam (térfogatáram) négyzetével arányosnak tekintjük:

$$\Delta p(t) = R_h \cdot Q^2(t), \quad (6.1)$$

ahol  $R_h$  az illető elem hidraulikus ellenállása, amely az áramlási sebességtől, tehát a hozamtól függő mennyiség. Ez az összefüggés az elektromos ellenállásra felírt Ohm-törvénnyel mutat analógiát:

$$u(t) = R \cdot i(t), \quad (6.2)$$

ahol  $u$  az  $R$  ellenálláson fellépő feszültségesés, amikor azon  $i$  áram halad keresztül. E két relációt összehasonlítva egy lényeges különbséget vehetünk észre: a hidraulikus Ohm-törvény csak lamináris áramlás esetében lesz lineáris.

A kört felépítő elem belsejében bizonyos folyadékmennyiség található. Ez a mennyiség a folyadék nyomásától függ és két jelenség együttes hatásának következményeként fogható fel: a folyadék kompresszibilitásának és az elem belső térfogatának megnövekedésének tulajdonítható.

A folyadék összenyomhatósága miatt nyomásnövekedéskor a tanulmányozott elem belsejében található folyadék térfogata a kezdeti  $V_0$  mennyiségnél kisebb lesz. Egy elemi folyamatot feltételezve e térfogatváltozás

$$dV' = \frac{1}{\varepsilon} \cdot V_0 \cdot dp, \quad (6.3)$$

formában írható fel, ahol  $\varepsilon$  a folyadék térfogati rugalmassági modulusza (a kompresszibilitási tényező inverze). Nyomásnövekedéskor tehát a folyadék térfogata zsugorodik, a keletkező  $dV'$  térfogatú helyet a beáramló folyadék tölti ki. E belépő mennyiség térfogata is csökken, azonban ez már egy elhanyagolható mennyiségként jelentkezik.

Tegyük fel, hogy a folyadék egy kör keresztmetszetű csőben áramlik, amelynek belső átmérője  $d$  és a fal vastagsága  $\delta$ , a csőfal anyagának rugalmassági modulusza (a Young-modulusz)  $E$ . Ekkor a nyomás növelésekor a falak rugalmas alakváltozásából eredő térfogatnövekedést a hengeres tartályok méretezéséből ismert kazánképlettel számíthatjuk ki:

$$dV'' = \frac{d}{\delta \cdot E} \cdot V_0 \cdot dp. \quad (6.4)$$

A keletkező  $dV''$  hiányt is a belépő folyadék pótolja.

A használt kazánképlet a 6.1. ábra alapján magyarázható. Az ábrán a cső fél-keresztmetszetét látjuk, amelynek a reáható erők hatására egyensúlyban kell lennie. A szimmetria miatt elegendő csak az ábra szerinti függőleges erőkre koncentrálnunk, ezek a  $p$  hidrosztatikai nyomásból származó  $F_1 = p \cdot d \cdot l$  nagyságú erő (itt  $l$  a csőnek az ábra síkjára merőleges hossza), valamint a csőfalban ébredő feszültségből származó  $F_2 = 2 \cdot \sigma \cdot \delta \cdot l$  nagyságú erő (a 2-es szorzó onnan

származik, hogy mindkét oldalon hat ez az erő). Egyensúlyban e két mennyiség egyenlő kell legyen ( $F_1 = F_2$ ), ahonnan tehát a cső falában ébredő feszültség

$$\sigma = \frac{p \cdot d}{2 \cdot \delta} \quad (6.5)$$

E számítások során feltételezzük, hogy  $\delta \ll d$ , így a  $\sigma$  feszültséget a csőfal vastagságán állandó értékűnek tekinthetjük.

Hooke törvénye alapján a fajlagos alakváltozás a feszültséggel egyenesen arányos, ahol az arányossági tényező a csőfal anyagának Young-modulusza ( $\sigma = \varepsilon \cdot E$ ).

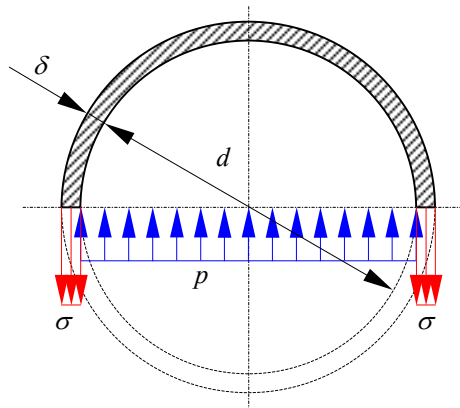
A nyomásnak egy  $dp$  növekedését a fentiek szerint a fajlagos alakváltozás

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E} = \frac{dp \cdot d}{2 \cdot \delta \cdot E} \quad (6.6)$$

növekedése követi, tehát a cső átmérője  $d' = d \cdot (1 + d\varepsilon)$ -ra növekszik (a terület hosszának megváltozásából következik). Ezzel a növekedéssel a hengeres vezeték, tartály belső térfogata megváltozik:

$$V' = \frac{\pi \cdot d'^2}{4} = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot (1 + 2 \cdot d\varepsilon + d\varepsilon^2)}{4} \approx \frac{\pi \cdot d^2}{4} + \frac{\pi \cdot d^2 \cdot 2 \cdot d\varepsilon}{4} = V_0 + dV'' \quad (6.7)$$

(itt elhanyagoltuk a végtelenül kicsi,  $d\varepsilon^2$ -et tartalmazó tagot), majd a 6.6. képlet behelyettesítése után a tagok azonosításával a 6.4. relációhoz jutunk.



**6.1. ábra.** A kazánképlet megállapításához

Nos, végső soron tehát a térfogattöbblet a 6.3. és a 6.4. mennyiségek összege,

$$dV = \left( \frac{1}{\varepsilon} + \frac{d}{\delta \cdot E} \right) \cdot V_0 \cdot dp = \frac{1}{E_r} \cdot V_0 \cdot dp = C_h \cdot dp \quad (6.8)$$

lesz, amely tehát az adott vezetékben tárolt plusz folyadékmennyiséget jelenti, ami a  $dp$  nyomásnövekedés következtében halmozódik fel. Mivel ez a felhalmozódás analóg az elektromos töltés feszültségkülönbség hatására létrejövő felhalmozódásához (kondenzátorok), a  $C_h$  arányossági tényezőt hidraulikus kapacitásnak nevezték el. A képletben szereplő

$$E_r = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{d}{\delta \cdot E}} \quad (6.9)$$

mennyiséget „redukált” rugalmassági modulusznak nevezik.

Mivel  $dV = Q \cdot dt$ , a 6.8. összefüggésből

$$\Delta p = \frac{1}{C_h} \cdot \int_0^t Q dt, \quad (6.10)$$

mely az elektromos kondenzátorokra felírt

$$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t) dt \quad (6.11)$$

összefüggéssel analóg ( $C$  a kondenzátor kapacitása).

Az elem belsejében levő folyadék, tömeggel rendelkezvén, bizonyos tehetetlenséget mutat az áramlási sebesség megváltozása esetén. A tanulmányozott szakaszon a változó sebességgel áramló fluidum gyorsításához egy bizonyos nyomás-többlet szükséges:

$$A \cdot \Delta p = m \cdot \frac{dv}{dt}, \quad (6.12)$$

ahol  $A$  a vezeték belső keresztmetszete,  $m$  pedig a csőben levő fluidum tömege. A sebesség változását a hozam változásával is megadhatjuk ( $dv = dQ/A$ ), s ekként

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{A} \cdot \frac{dQ}{dt}. \quad (6.13)$$

A két utóbbi relációból:

$$\Delta p = \frac{m}{A^2} \cdot \frac{dQ}{dt} = L_h \cdot \frac{dQ}{dt}, \quad (6.14)$$

ahol az  $L_h$  arányossági tényező vezetékben levő folyadék tehetetlenségét jellemző hidraulikus induktivitás.

Ez esetben is észrevehetjük az elektromos áramköri tekercsre felírt

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (6.15)$$

relációval való hasonlatosságot.

Általános esetben az említett jelenségek együttesen lépnek fel, ekkor a nyomásesés a gyakorlati szempontból fontosabb turbulens áramlás során

$$\Delta p(t) = L_h \cdot \frac{dQ(t)}{dt} + R_h \cdot Q^2(t) + \frac{1}{C_h} \cdot \int_0^t Q(t) dt \quad (6.16)$$

formában számítható. Ez utóbbi egyenlet az RLC soros áramkörre felírt Ohm-törvényhez igen hasonló:

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t) dt, \quad (6.17)$$

az egyedüli lényeges különbség a hozam második hatványa lenne. Ez az észrevétel a hidraulikus-elektromos analógia alapja, azzal a megjegyzéssel, hogy a szakirodalom általában a nyomásesést a hozammal (és nem annak négyzetével) tekinti arányosnak, tehát elfogadja a lamináris áramlás hipotézisét.

Az analógia teljesebbé válik, amennyiben az előbbi két egyenlőség idő szerinti deriváltját írjuk fel:

$$\frac{d\Delta p(t)}{dt} = L_h \cdot \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R_h^* \cdot \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C_h} \cdot Q(t), \quad (6.18)$$

illetve:

$$\frac{du(t)}{dt} = L \cdot \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i(t). \quad (6.19)$$

E deriválás alapján az a feltételezés áll, mi szerint az  $R_h$  hidraulikus ellenállás értéke nem függ a hozamtól. A valóságban ez a hipotézis általában nem érvényes, azonban a  $dR_h / dt$  változási sebesség rendszerint elhanyagolható mértékű és így a  $R_h \cdot Q^2$  szorzat deriválásakor a  $Q^2 \cdot dR_h / dt$  tag elhanyagolhatóvá válik. Az első derivált szorzója

$$R_h^* = 2 \cdot R_h \cdot Q(t), \quad (6.20)$$

tehát a 6.18-as egyenlet a 6.19-essel szemben általában egy nemlineáris feladatot jelent, amelynek megoldása csak iteratív, numerikus eljárásokkal lehetséges. Sok esetben azonban e nemlineáris hatástól eltekintenek, ilyenkor a hidraulikus-elektromos analógia megléte az elektromos áramkörökre kidolgozott megoldási eljárások közvetlen alkalmazhatóságát teszi lehetővé.

A szakkönyvek az RLC soros körök mechanikai analógiájáról is tesznek említést, mely szintén a jelenségeket leíró egyenlet formái azonosságán alapul. A viszkózus (sebességgel arányos) csillapítású, gerjesztett, egyetlen dinamikai szabadságfokkal rendelkező rendszer mozgásegyenlete ugyanis

$$F(t) = m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \cdot \frac{dx(t)}{dt} + k \cdot x(t), \quad (6.21)$$

amely a mozgó testre ható erők dinamikai egyensúlyát fejezi ki. A bal oldalon  $F(t)$  a rendszert gerjesztő erő, a jobb oldalon pedig az  $m$  tömeg és a gyorsulás szorzataként megadott tehetetlenségi erő, a  $c$  csillapítási tényező és a sebesség szorzataként kiszámított csillapító (disszipatív) erő, valamint a  $k$  merevség és az  $x(t)$  elmozdulás szorzatként megállapított rugalmas visszatérítő erő összege áll. E második, elektromos-mechanikai analógia az elsővel kombinálva egy hidraulikus-mechanikai analógia megteremtését is lehetővé teszi, így a hidraulikus körök számításában a mechanikai rendszerek elemzésében használatos módszereket is bevetethjük. Ezt azért fontos megjegyezni, mivel a szerkezetek számításában a nemlineáris feladatok megoldására általános és hatékony módszerek állnak a rendelkezésünkre.

Az eddigi összefüggések csak egy-egy hidraulikus elemre vonatkoztak: amennyiben ezen elemekből összeállított köröket akarunk elemezni, úgy soros RLC ágakból álló hálózatokhoz jutunk az analógia alkalmazásakor. Felvetődik tehát az elemek összekapcsolódásából származó hálózatokra érvényes összefüggések megállapításának igénye. A körfolyam csomópontjaira és hurkaira az elektromos körökre felírt Kirchhoff-törvényekkel analóg összefüggéseket írhatunk fel.

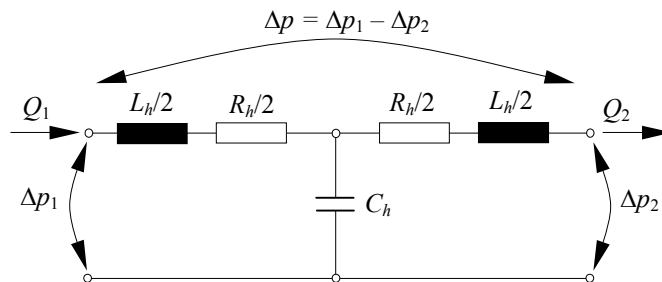
Így a folytonossági tétel (a tömegmegmaradás elvének) alapján bármely csomópontban a beáramló folyadékhozam azonos kell legyen a kiáramlóval (feltételezzük, hogy ott nincs sem forrás, sem nyelő). Ha az áramlás irányához előjeleket rendelünk, például a beáramló hozam lehet pozitív

és a kiáramló negatív, akkor a csomópontokra felírt, első hidraulikus Kirchhoff-törvény az elektromossal teljesen analóg: bármely csomópontban a hozamok (áramok) algebrai összege zérus.

Bernoulli-törvénye (az energiamegmaradás elvének) alapján bármely pontból elindulva, bármely lehetséges hurkon körbejárva és ugyanabba az elindulási pontba visszaérve, az ágakon mért nyomásváltozások algebrai összege zérus kell legyen. Ha nem így lenne, akkor a visszatérésnél a kiindulási pontban más hidrosztatikai nyomást kapnánk, mint amivel elindultunk. Ez a kijelentés teljesen analóg a második, hurkokra vonatkozó Kirchhoff-törvénnyel, amely eredetileg elektromos feszültségesésekre és növekedésekre vonatkozik.

## 6.2. Az ekvivalens elektromos kör

Az elektromos áramkörök legtöbbször koncentrált paraméterűek, azaz ellenállásukat, kapacitásukat és induktivitásukat rendszerint pontszerűnek tekintett elemek jelentik, amelyeket ideális, ellenállás nélküli vezetékek kötnek össze. A hidraulikus körök esetében azonban ez a fajta megközelítés nem mindig alkalmazható, mivel az összekötő vezetékek ellenállása, kapacitása és induktivitása nem hanyagolható el, s így más megoldás után kell néznünk. Egy lehetőség a távvezetékek modellezésében használt, a 6.2. ábrán látható „T” négy-pólus alkalmazása lenne.



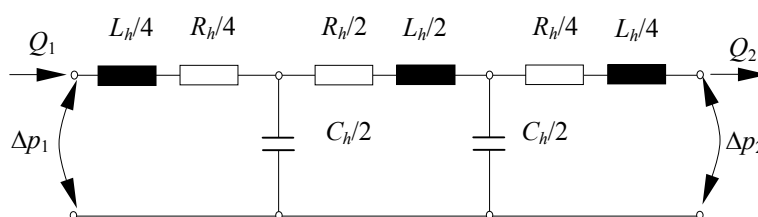
6.2. ábra. A „T” négy-pólus, mint a vezeték helyettesítő kapcsolás

Az ábrán  $\Delta p_1$  és  $\Delta p_2$  a csomóponti relatív (légkörihez viszonyított) nyomások,  $\Delta p$  pedig a modellezett szakaszon fellépő nyomásesés.

A számítás és a modellezés pontossága függ a fenti kapcsolással helyettesített vezeték  $l$  hosszától. Mivel a nyomásváltozás hullámok formájában terjed a vezetékek mentén, a számítások pontosságát e hullámok  $\lambda$  hosszával hozzák kapcsolatba: a modell akkor alkalmazható, ha

$$l < \frac{\lambda}{16}. \quad (6.22)$$

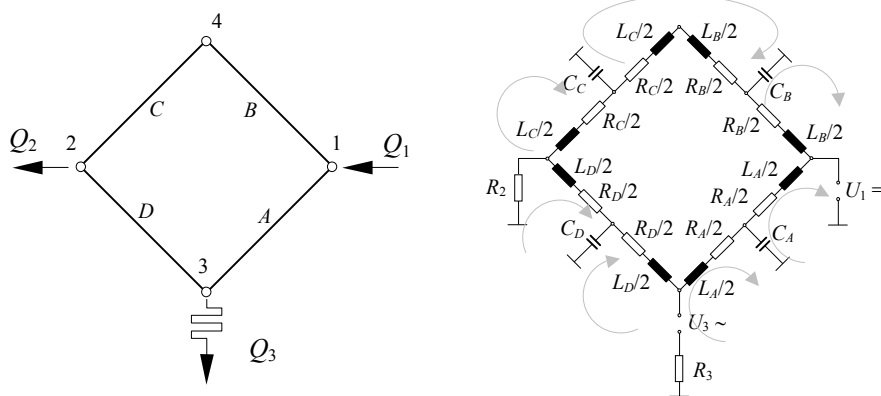
Amennyiben ez a feltétel nem teljesül, úgy a vezeték rövidebb szakaszokra kell feldarabolni; így jutunk például a vezeték megfelezésével a 6.3. ábrán látható „II” modellhez.



6.3. ábra. A „II” négy-pólus, mint a vezeték helyettesítő kapcsolás

Egyéb elemeket koncentrált paraméterű hidraulikus áramköri elemekként építhetünk be. Például egy szelep vagy egy szűrő pontszerű hidraulikus ellenállásnak tekinthető, míg például egy tartály csak hidraulikus kapacitással rendelkező kondenzátorként viselkedik. A tisztán induktív jellegű elemet elég nehéz példázni, mivel a vezetékben levő folyadék összenyomható és az súrlódással áramlik, de jó közelítést adja egy hosszú csőszakasz, amelyben az áramlási sebesség alacsony és nincs nagymértékű nyomásnövekedés. Másfajta elemeket is elképzelhetünk, egy állítható fojtású eszköz például potenciométerként működik, a visszacsapó-szelepet pedig az egyenirányító diódához hasonlíthatjuk. A betáplálás áram- vagy feszültségforrásként modellezhető, például egy szivattyú belső ellenállással rendelkező feszültségforrás lenne. A folyadék-kivételi pontokat (ahol a folyadék elhagyja a rendszert) „letestelt” ellenállásokkal modellezhetjük, ahol a „test” tulajdonképpen az alacsony nyomású teret, tehát a légköri nyomású oldalt jelenti. Ahol valamilyen rezgékeltő berendezés működik, oda egy hullámgenerátort (változó feszültségű forrást) képzelünk el.

Ilyen módon a hidraulikus körünket egy koncentrált paraméterű (áram-) körrel tudjuk modellezni, illetve ezen modell segítségével tudjuk a számításainkat elvégezni. A 6.4. ábrán egy egyszerű, folyadékelosztó kör látható: az 1. pont a hálózat betáplálási pontja, a 2. és 3. pontokban a folyadék távozik a rendszerből, ráadásul a 3. pontban egy rezgéseket keltő berendezés működik. Az egyszerű „T” négy-pólusokkal megvalósított koncentrált paraméterű helyettesítő kör az ábra jobb oldalán látható. Láthatjuk, hogy ez több hurokból áll.



6.4. ábra. Egy egyszerű példa

A számítások elvégzésére a legalkalmasabb eljárás a hurokáramok módszere lenne, amely bizonyos algoritmizálást is lehetővé tesz. Észrevehetjük, hogy a 4. csomóponttól eltekintve, (ahol nincs letestelő elem) minden vezetékszakasz két-két hurokra bomlik fel. Ahhoz, hogy ez a 4. pont ne okozzon külön kezelendő esetet, az ott csatlakozó vezetékek kapacitásának egy részét (például 1/4-ét) oda költöztetjük és akkor a 6.5. ábrán látható, minden vezetéket két hurokra felosztó kapcsoláshoz jutunk. Bebizonyítható ([2]), hogy a 6.5. ábrán berajzolt hurkokat diszkrét elemeknek (elemi soros RLC köröknek) tekintvén, egy egyszerű algoritmus alkalmazásával a megoldandó egyenletrendszert

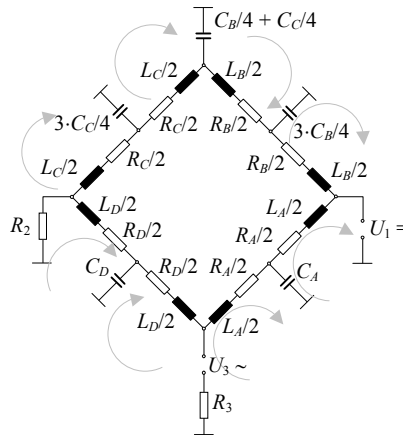
$$[L_h] \cdot \{\ddot{Q}\} + [R_h^*] \cdot \{\dot{Q}\} + [1/C_h] \cdot \{Q\} = \{\Delta \dot{p}\}, \quad (6.23)$$

formában kapjuk, amely a több dinamikai szabadságfokkal rendelkező (nemlineáris) rendszerek mozgásegyenletével analóg:

$$[M] \cdot \{\ddot{D}\} + [C] \cdot \{\dot{D}\} + [K] \cdot \{D\} = \{F\}, \quad (6.24)$$

tehát megoldására a szerkezetek számításában alkalmazott eljárások (például a merevségi mátrix módszere) alkalmazhatók lesznek.

Ugyanezen analógia alapján, a 6.23. egyenlet jobb oldalát zéróval egyenlővé tévén a szabadrezgések egyenletéhez jutunk, tehát meg tudjuk határozni a tanulmányozott hidraulikus kör rezonáns frekvenciáit is.



6.5. ábra. A módosított „T” modell alkalmazása

### 6.3. A gyakorlat célja

A gyakorlat célja a hidraulikus körökben fellépő tranziens jelenségek fogalmával való ismerkedés, illetve e fogalmak alkalmazásának alapján kigondolt és felépített rezgés csillapító tanulmányozása. E berendezés egy manométer tüje rezgésének csillapítására szolgál, amely egyrészt a leolvasást teszi lehetővé, másrészt a manométert kíméli.

Ugyanakkor a gyakorlat rávilágít az elektromos-mechanikai-hidraulikai analógiára, amelyet a hidraulikus körökben fellépő tranziens jelenségek elméleti tanulmányozásakor, elemzésekor használhatunk fel.

### 6.4. A kísérleti berendezés bemutatása

A kísérleti berendezés fényképe a 6.6. ábrán látható. Ennek főbb alkatrészeit a következőkben soroljuk fel.

A rezgéskeltő tulajdonképpen egy kompresszoros hűtőgép dugattyús kompresszorára épült, amelynek eltávolítottuk a szelepeket tartalmazó hengerfejét. Így a dugattyú a mozgása során a rendszerből szabadon szívja, illetve oda szabadon nyomja vissza az olajat. Mivel az olaj összenyomhatatlan, egy bizonyos teret kell biztosítani a beszívott, majd visszanyomott folyadék számára: ez a tér a rezgéskeltőhöz tartozó függőleges cső, amelyet levegő tölt ki. E kompresszor mechanizmusa excenteres, emiatt a dugattyú alternáló mozgása harmonikus (szinuszos) és így a gerjesztett nyomáshullámok is harmonikusak lesznek.

A berendezést az olajtartályból töltjük fel a csap megnyitásával. A manométerek csatlakozóinál légteleníthetünk, illetve a csavaros prés és a rezgéskeltő dugattyújának ki-be mozgásával távolíthatjuk el az utolsó buborékokat.

A csavaros présben egy dugattyú mozog. E készülék szerepe az, hogy a csap lezárása után a dugattyú becsavarásával egy bizonyos kezdeti nyomást (0.5 bar) állítsunk elő. Gondoskodjunk arról, hogy e művelet megkezdése előtt a rezgéskeltő dugattyúja az alsó holtponthoz legyen.

A berendezés a képen látható konfigurációjában egy hidraulikus ellenállást és egy hidraulikus kapacitást tartalmaz.

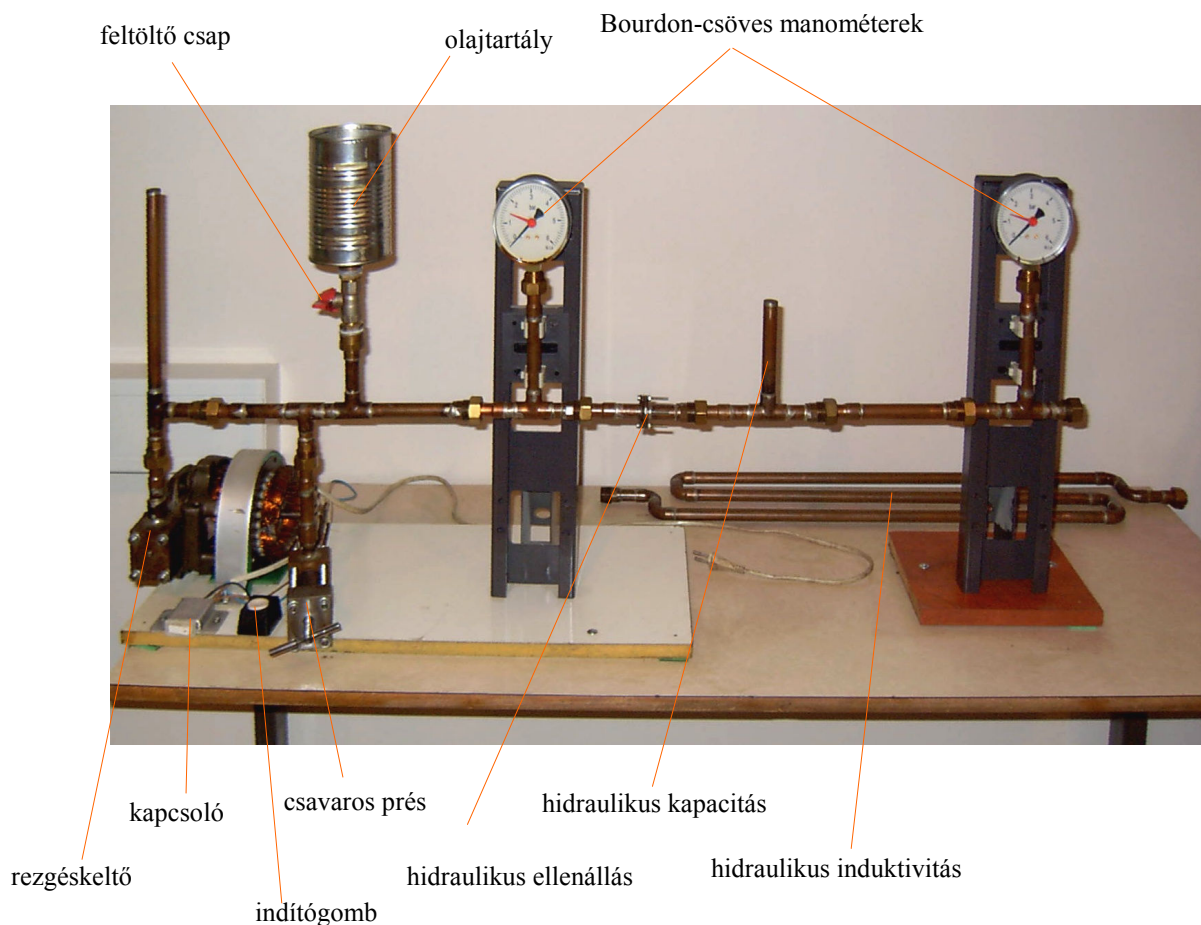
A hidraulikus ellenállás tulajdonképpen egy fojtó, amely leszűkíti az áramlási keresztmetszetet, gyakorlati megvalósításában az egy furattal ellátott lemez (diafragma).

A hidraulikus kapacitás folyadék nyomás alatti tárolására alkalmas kis tartályocska, gyakorlati megvalósításában az egy függőleges, felülről dugóval elzárt cső, amelybe levegő szorul (mint egy hidrofor-tartályba).

A berendezés mögött egy hidraulikus induktivitást láthatunk, amely egy elhanyagolható ellenállású és kapacitású, de tehetetlenséggel rendelkező folyadékot tartalmazó csőkégyő.

Mindhárom felsorolt elemet koncentrált paraméterűnek tekinthetjük.

Végül, a berendezés két Bourdon-csöves manométert is tartalmaz, amelyek közül a bal oldali a gerjesztő által létrehozott nyomáshullámoknak közvetlenül ki van téve, míg a jobboldalit a hidraulikus „áramköri” elemekből összeállított különféle szűrőkörök védik.



**6.6. ábra.** A kísérleti berendezés

A rezgékeltőt egy, a 220 V-os hálózatról táplált aszinkron motor hajtja. Amennyiben a berendezés feszültség alatt van, a motor tekercseit ne érintsük meg! A berendezést csak közvetlenül a kísérlet elvégzése előtt, a szükséges beállítások megtétele után csatlakoztassuk a hálózathoz és a kísérlet elvégzése után azt húzzuk ki a konnektorból.



Az aszinkron motor indítása a következőképpen történik: először megnyomjuk és benyomva tartjuk a fehér színű indítógombot, majd bekapcsoljuk a kapcsolót és azután felengedjük a gombot. Az indítógomb az indítótekercset kapcsolja be és ez csak a motor elindításáig szükséges.

A kísérletet többféle konfigurációban is elvégezhetjük, így tanulmányozhatjuk az elemek ( $R_h$ ,  $C_h$  és  $L_h$ ) egyedi hatását – ezek úgy viselkednek, mint a váltakozó feszültségre kapcsolt ellenállás, kondenzátor, illetve tekercs –, vagy pedig azokkal különféle szűrőköröket (LC, RC, RLC) valósíthatunk meg. Mivel egy konfiguráció összeállítása túl hosszú időt venne igénybe (először le kell eresztetni az olajat, majd szétszedni a berendezést és összeállítani a kívánt konfigurációt, aztán következne a feltöltés és a légtelenítés), csak a fényképen látható, a rezgéscsillapítás szempontjából optimálisnak mondható konfigurációt fogjuk tanulmányozni.

Az elemeket jellemző mennyiségeket a berendezés geometriájának és a benne áramló olaj tulajdonságai alapján lehet kiszámolni.

A hidraulikus ellenállás egy fojtó, melynek hidraulikai ellenállására a szakirodalomban ([3]) a következő képletet találjuk:

$$R_h = \frac{\xi \cdot \rho}{d^4 \cdot \pi^2}, \quad (6.25)$$

ahol  $\xi$  a fojtó helyi veszteségi tényezője (esetünkben ezt a cső belső  $\varphi = 13.6$  mm-es átmérője és a diafragma nyílásának  $d = 2$  mm-es átmérője dönti el, az idézett műben található táblázatok szerint  $\xi = 1.6$ ),  $\rho$  a berendezésben levő olaj sűrűsége ( $\rho = 900$  kg/m<sup>3</sup>). Ezekkel az adatokkal

$$R_h = 9.11 \cdot 10^{12} \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3/\text{s}}.$$

A 6.8. és a 6.9. képletek alapján a hidraulikus kapacitás a következőképpen számolható:

$$C_h = \frac{\pi \cdot \varphi^2}{4} \cdot L \cdot \frac{1}{E_r}. \quad (6.26)$$

A hidraulikus kapacitást létrehozó vezeték hossza (annak a résznek a hossza, amit levegő tölt ki)  $L = 100$  mm pedig  $100$  mm. Mivel a cső alakváltozása és az olaj kompresszibilitása a levegő összenyomhatóságához viszonyítva elhanyagolható, az  $E_r$  redukált rugalmassági tényezőt a levegő térfogati rugalmassági moduluszaként azonosíthatjuk. Az ideális gáz termodinamikájából tudjuk, hogy annak térfogati rugalmassági modulusza izoterm körülmények között a gáz nyomásával egyenlő. A vezetékben a gáz kezdeti nyomása a légköri és így ezekkel az adatokkal elemünk hidraulikus kapacitása  $C_h = 1.45 \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^3}{\text{Pa}}$  lesz.

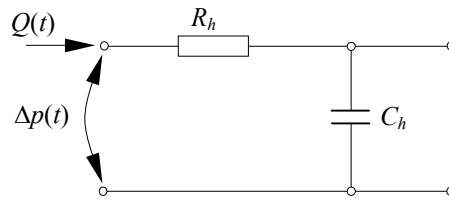
A 6.14. reláció alapján a hidraulikus induktivitást az

$$L_h = \frac{m}{A^2} = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad (6.27)$$

képlet adja, amelyben  $m = \rho \cdot A \cdot L$  a tekintett,  $A = \frac{\pi \cdot \varphi^2}{4}$  keresztmetszetű és  $L = 2$  m hosszúságú vezeték belsejében levő folyadék tömege. A számítások elvégzése után kapjuk az  $L_h = 12.4 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^4}$  értéket.

A kompresszort hajtó motor fordulatszámából a gerjesztés frekvenciáját  $f = 12.5$  Hz -ben állapíthatjuk meg.

A tanulmányozott RC csillapító áramkörü vázlatát a 6.7. ábrán láthatjuk.



6.7. ábra. Az RC szűrő

Az RC kör viselkedését elméletileg a

$$\Delta \dot{p}(t) = R_h^* \cdot \dot{Q}(t) + \frac{1}{C_h} \cdot Q(t) \left( = 2 \cdot R_h \cdot Q(t) \cdot \dot{Q}(t) + \frac{1}{C_h} \cdot Q(t) \right) \quad (6.28)$$

differenciálegyenlet írja le. Esetünkben a gerjesztés harmonikus:

$$\Delta p(t) = \frac{\Delta p}{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t), \quad (6.29)$$

ahol  $\Delta p$  a gerjesztő által létrehozott legnagyobb nyomásnövekedés, a gerjesztés amplitúdójának kétszerese (kísérletünkben ez 0.5 bar = 0.05 MPa körüli érték). Deriválása után a 6.28. egyenlet bal oldalára kapjuk:

$$\Delta \dot{p}(t) = \Delta p \cdot \pi \cdot f \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t). \quad (6.30)$$

A 6.28. differenciál-egyenletet numerikusan oldhatjuk meg, ugyanis a hozamtól függő  $R_h^*$  tag miatt az egy nemlineáris egyenlet. A megoldás után a  $Q(t)$  hozamra egy periodikusan változó függvényt kapunk, amelynek igen kicsi az amplitúdója ( $10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  nagyságrendű). Ennek alapján kijelenthetjük, hogy a diafragma nyílásában az áramlási sebesség nem túl jelentős, ami a dolgok egyszerűsítéséhez vezet: hidraulikus körünk az elektromos RC körökkel teljesen analóg és a nemlineáris 6.28. egyenlet helyett a végbemenő jelenségeket a lamináris áramlás esetén érvényes

$$\Delta \dot{p}(t) = R_h \cdot \dot{Q}(t) + \frac{1}{C_h} \cdot Q(t) \quad (6.31)$$

lineáris differenciál-egyenlet írja le. Elektromosságban tudjuk, hogy ezek az RC körök aluláteresztő szűrőkként viselkednek, ugyanis a kondenzátor impedanciája a frekvencia növekedésével csökken és így a magasabb frekvenciájú rezgéseket levágja, letesteli.

E szűrőkre egy

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} \quad (6.32)$$

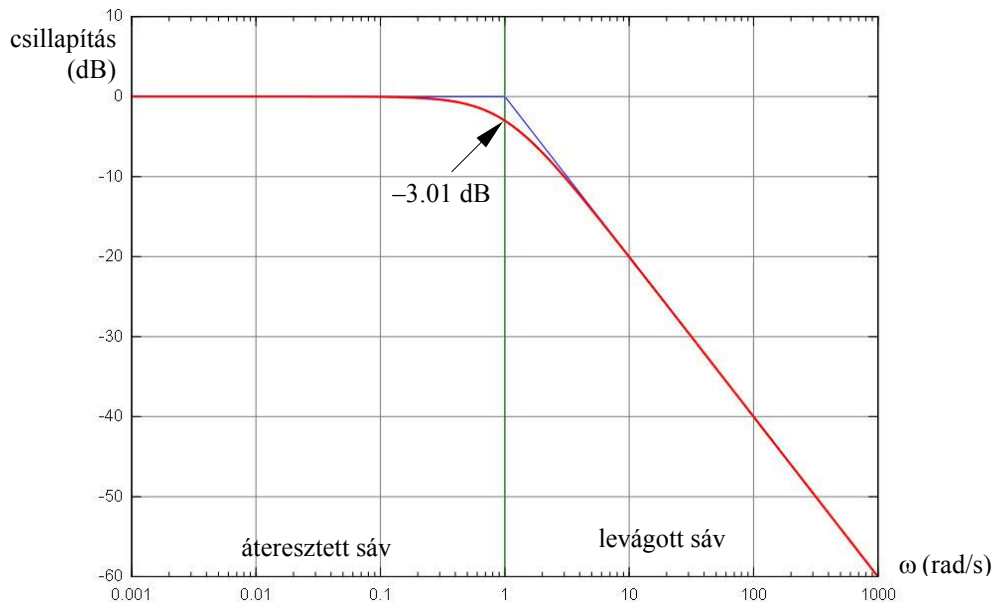
határfrekvencia-értéket szoktak megadni, amelyen az a kimeneti jel teljesítményét a bemenetinek a felére vágja. A szűrő frekvencia-menetét a 6.8. ábra mutatja. E grafikonon egy  $\omega_c = 2 \cdot \pi \cdot f_c = 1 \text{ rad/s}$  határfrekvenciájú szűrő csillapításának mértékét decibelben adjuk meg. A decibel (dB) a bel (B) egy tizede. A belben megadott csillapítás a kimeneti jel és a bemeneti jel hányadosának tízes alapú logaritmus:

$$X_B = \lg \frac{X_{ki}}{X_{be}}, \quad (6.33)$$

egyébként e definícióban a nevezőben bizonyos elvek alapján megválasztott referencia-érték áll. Mivel a teljesítmény a feszültség négyzetével arányos, a feszültségekkel megadott, decibelben kifejezett csillapítást az

$$X_{\text{dB}} = 20 \cdot \lg (U_{ki} / U_{be}) \quad (6.34)$$

mennyiség jelenti. A teljesítmény megfelezéséhez tartozó érték  $10 \cdot \lg 0.5 \approx -3.01$  dB.



**6.8. ábra.** Egy RC szűrő frekvenciamenete

Az elektromos-hidraulikus analógia alapján az előbb elmondottak egy hidraulikus RC szűrőre is igazak. Kísérleti berendezésünk esetében a határfrekvencia

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_h \cdot C_h}, \quad (6.35)$$

ami az adott hidraulikus ellenállással és kapacitással egy igen kicsi értéket jelent  $1.2 \cdot 10^{-4}$  Hz.

Mivel a frekvencia-menetet az áteresztett sávban egy vízszintes egyenessel, a levágott sávban pedig egy ereszkedő egyenessel közelíthetjük, melynek esése 20 dB a frekvencia egy nagyságrenddel való növekedésénél (másképpen: oktávonként, tehát a frekvencia megkétszerezésekor, 6 dB -lel esik).

A gerjesztés mintegy 12.5 Hz frekvenciájú, tehát ez az érték a határfrekvenciánál öt nagyságrenddel nagyobb. Ezek szerint a csillapítás várható mértéke  $-100$  dB, másképpen a 12.5 Hz -es, 0.25 bar amplitúdójú zavaró jelből a 6.34. reláció alapján a szűrő utáni manométerre elméletileg csak  $p_{ki} = p_{be} \cdot 10^{\frac{-100}{20}} = 1.25 \cdot 10^{-4}$  bar amplitúdójú nyomásingadozás jut.

### 6.5. A kísérletek menete

A kísérletek ezen gyakorlatban inkább csak a szemléltetést szolgálják. A berendezést először is nyomás alá helyezzük a csavaros préssel, így kb.  $p_{min} = 0.5$  bar túlnyomást hozunk létre.

Ezután a gerjesztő tengelyét átfordítva a dugattyút benyomjuk (ezalatt a készülék nem lehet feszültség alatt), leolvassuk a maximális nyomásnövekedést, az szintén kb. 0.5 bar . Ezzel a rendszerben uralkodó legnagyobb nyomás  $p_{max} = 1.0$  bar .

A gerjesztés ideje alatt a nyomás átlagos értéke  $p_{med} = (p_{min} + p_{max}) / 2 = 0.75$  bar lesz. A bal oldali manométer tűje erősen rezeg ez érték körül, az amplitúdót a tű és a manométer egyéb mozgó elemeinek tehetetlensége miatt csak hozzávetőlegesen lehet megállapítani. A jobb oldali manométer tűje ezt az átlagos értéket fogja mutatni – a tű ekkor csak kis mértékben rezeg. Ez a rezgés a jobboldali manométer esetében túlnyomó részben a vezetékek és az asztal általi mechanikai csatlakozásnak köszönhető.

Megjegyzendő, hogy a fenti számítások hozzávetőlegesek, mert a manométerek Bourdon-csővében maradó levegő is egy bizonyos hidraulikus kapacitást jelent, azonfelül a manométerek csatlakozása is egy leszűkített átfolyási keresztmetszetű elemmel történik, aminek nagy a hidraulikus ellenállása. E kapacitás és ellenállás a manométer csillapítását szolgálja, amihez hozzájárulhat a csatlakozó vezeték (bizonyos esetekben egy csőkigyó) hidraulikus induktivitása is. A tanulmányozott rendszer alaposabb kielemezéséhez ezeket a mennyiségeket is figyelembe kellene venni.

## 6.6. Irodalom

1. Kakucs András: *Áramlástan* (5. fejezet), Scientia, Kolozsvár, 2007
1. Kakucs András: *Modelarea circuitelor hidraulice prin analogia cu sistemele electrice și mecanice*, Brassói Transzilvânia Egyetem Kiadója, 2007
3. Látrányi J., Zalka A.: *Válogatott fejezetek hidraulikus körfolyamatok tervezéséből*, Budapest, Műszaki Egyetem, 1982
4. Bodosi Botond: *Tranziens jelenségek tanulmányozása hidraulikus körökben*, Államvizsgadolgozat, Sapientia, 2006