

1. Gyakorlat

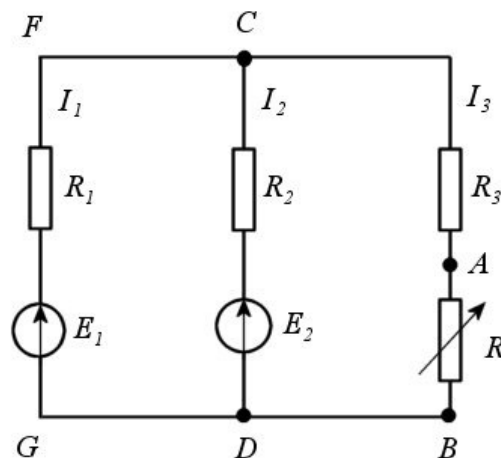
Egyenáramú áramkörök tanulmányozása (I. rész)

1. A gyakorlat célkitűzései:

Gyakorlatban ellenőrizzük adott egyenáramú áramkör esetében a következő törvényeket és elveket:

- Kirchhoff első törvénye – csomóponttörvény,
- Kirchhoff második törvénye – huroktörvény,
- szuperpozíció elve,
- reciprocitás elve.

A fent említett törvények és elvek ellenőrzéséhez az 1. ábrán látható egyenáramú áramkört használjuk, amely két független hurokkal és két csomóponttal rendelkezik. Feltételezzük, hogy az áramkör csak lineáris elemeket tartalmaz (R_1 , R_2 és R_3 ellenállásokat valamint az R reosztátot). Az áramkörben használt feszültségforrásokat ideálisnak tekintjük, tehát feltételezzük, hogy elektromotoros feszültségeik (a továbbiakban e.m.f.) függetlenek az I_1 és I_2 áramoktól, valamint eltekintünk belső ellenállásaiktól. A gyakorlat elvégzésekor R_1 , R_2 , R_3 és R ellenállások állandó értékkel rendelkeznek.

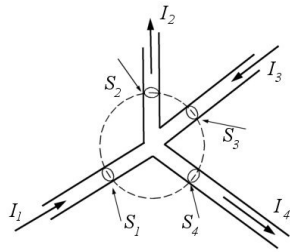


1. ábra. A tanulmányozandó egyenáramú áramkör.

2. Elméleti bevezető

2.1. Csomóponttörvény (Kirchhoff I. törvénye)

Kirchhoff első törvénye kimondja, hogy egy áramköri csomópont esetén a csomópontba befolyó és a csomópontból kifolyó áramok algebrai összege nulla. Ez a törvény a kontinuitási egyenlet (töltésmegmaradás törvény) következménye, amely stacionárius áramlás esetére kimondja, hogy bármely zárt felület esetén időegység alatt a felületen beáramló töltések és a felületen keresztül távozó töltések összege nulla. Ennek megfelelően az áramoknak előjelet kell adjunk. A 2. ábrán látható csomópont esetén a csomópontot vegyük körül egy zárt Gauss-felülettel és ezen a felületen integráljuk a kontinuitási egyenlet stacionárius esetére vonatkozó alakját (1.):



2. ábra. Csomóponttörvény.

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \quad 1.$$

Az áramok előjeleit a zárt felület adott pontjához rendelt felületi merőleges (normális) irányításához viszonyítjuk, amely irányítás mindig kifelé mutat a zárt felületből. Egy áram negatív értékkel rendelkezik (adott csomóponthoz viszonyítva!!!) ha a csomópontba befolyik, és pozitív ha kifolyik. Elvégezve a számításokat kapjuk Kirchhoff csomóponttörvényét:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad 2.$$

2.2. Huroktörvény (Kirchhoff II. törvénye)

Kirchhoff második törvénye zárt áramkörre vonatkozik és kimondja, hogy stacionárius árammal átjárt hálózat bármely hurokjában az egyes szakaszokhoz tartozó potenciálváltozások összege egyenlő az elektromotoros feszültségek algebrai összegével. Ez az összefüggés tulajdonképpen a teljes áramkörre vonatkozó differenciális Ohm-törvénynek (3.) az integrális alakja (4.).

$$\rho \vec{j} = \vec{E} + \vec{E}_i \quad 3.$$

ahol,

- ρ a fajlagos ellenállás, \vec{j} az áramsűrűség, \vec{E} az elektromos télerősség és \vec{E}_i az idegen vagy generátoros télerősség.

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{i=1}^m I_i R_i \quad 4.$$

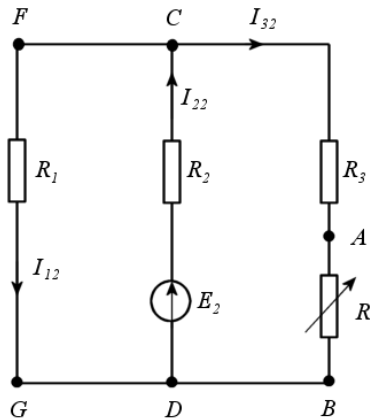
A két összefüggést összehasonlítva megállapítható, hogy a differenciális alak lokális mennyiségek (elektromos télerősség, áramsűrűség, fajlagos ellenállás) míg az integrális alak makroszkopikusan mérhető mennyiségek (e.m.f., ellenállás, áramerősség) között teremt kapcsolatot. Egy teljes áramköri hálózat esetében meghatározott számú hurokra írható fel egymástól függetlenül huroktörvény. Ezt a számot Euler tételével határozhatjuk meg: $l - n + 1$, ahol l az áramköri ágak száma és n a csomópontok száma.

2.3. A szuperpozíció elve.

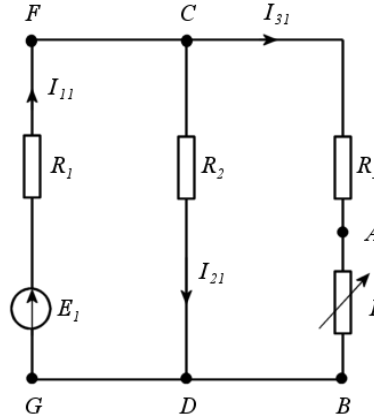
A szuperpozíció elve kimondja, hogy a különböző stacionárius állapotok egymásra tevődéséből (szuperpozíciójából) egy újabb stacionárius állapot jön létre. Tehát egy olyan áramkörben, ahol az ágakban több áramforrás található, az egyes ágakban létrejövő áramerősségeket úgy kapjuk meg, hogy sorra kiiktatjuk az áramforrásokat úgy, hogy mindig

csak egy maradjon az áramkörben, megmérjük minden esetben az ágakban folyó áramerősségeket, majd ezeket az áramerősségeket áganként összegezzük. Természetesen az áramok esetén mindig figyelembe kell vegyünk a csomóponttörvénynél megismert előjelszabályt. A tanulmányozott példaáramkör esetében a 3.a és b. ábrák szemléltetik a szuperpozíció elvét.

$$I_j = \sum_{k=1}^l I_{jk} \quad 5.$$



3.a ábra



3.b ábra

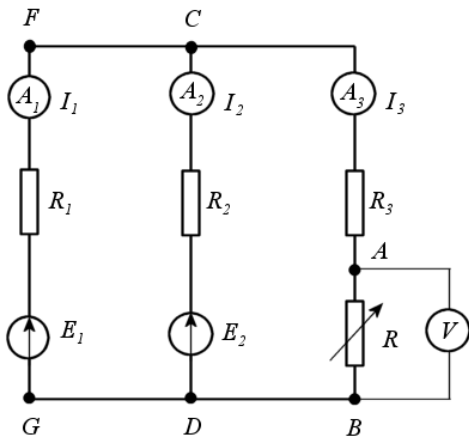
Megjegyzés: abban az esetben, amikor az áramforrások belső ellenállással is rendelkeznek, a kiiktatott áramforrásokat belső ellenállásaikkal helyettesítjük.

2.4. A reciprocitás (megfordíthatóság) elve

A reciprocitás (Maxwell-féle) tétele kimondja, hogy ha egy hálózat j -ik ágában lévő E elektromotoros feszültség a k -ik ágban I áramot hoz létre, akkor áttéve az áramforrást a k -ig ágba, a j -ik ágban ugyanazt az I áramot kapjuk. Ez a tétel csak abban az esetben érvényes, amikor a két ágban az áramforrások azonos e.m.f.-el rendelkeznek! Esetünkben:

$$(I_{kj})_{E_j=E} = (I_{jk})_{E_k=E} \quad j=1, k=2 \quad 6.$$

3. A gyakorlatban alkalmazott kapcsolási rajz.



4. ábra. Kapcsolási rajz.

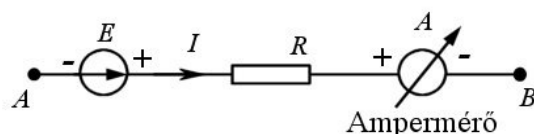
4. A felhasznált műszerek és készülékek

- E_1, E_2 - stabilizált egyenáramú áramforrások (0-35 V, max. 0,18 A),
- ellenállások: $R_1 = R_3 = 22 \Omega$, $R_2 = 47 \Omega$ és $R = 33 \Omega$,
- A_1, A_2, A_3 - analóg egyenáramú ampermérők (1 mA - 5 A),
- V - analóg egyenáramú voltmérő, amely alkalmas 0 - 35 V nagyságrendű feszültség mérésére.

5. A mérések menete

Előkészületek:

Első lépésként a megadott eszközökkel megvalósítjuk a 4. ábrán látható egyenáramú áramkört. Fontos hogy az ampermérőket és voltmérőket megfelelő polaritással kell bekötni az áramkörbe. Ha az áramköri ágba az áram az 5. ábrának megfelelően folyik (technikai áramirány), akkor az ampermérő ezt kijelzi és leolvasható. Abban az esetben viszont, amikor az áram az 5. ábrán feltüntetett iránnyal ellenkező irányban folyik, az ampermérő tűje nem tér ki csak a pólusváltó gomb lenyomásával (amennyiben a műszer ilyenrel rendelkezik, ha nem rendelkezik akkor meg kell cserélni a csatlakozó huzalokat) és akkor válik mérhetővé. Ez azért fontos, mert így módon minden esetben meg lehet határozni, hogy az áram milyen irányban folyik az áramköri ágba. Nem szabad megfeledkezni természetesen arról sem, hogy ez az áramirány minden esetben az áram technikai iránya.



5. ábra. Ampermérő bekötése az áramkörbe.

A csomóponttörvény és a huroktörvény vizsgálata:

- a csomóponttörvényt a 4. ábrán látható áramkör D csomópontjára vizsgáljuk meg. Mivel a csomóponttörvényben az áramerősségek előjellel szerepelnek, a 2.1. pontnak megfelelően a mérések alkalmával negatívnak tekintjük azokat az áramokat amelyek befolyznak és pozitívnak azokat amelyek kifolyznak a D csomópontból, tehát az „Előkészületek”-nél tárgyalt bekötésnek megfelelően a polaritás váltással mért áram lesz a negatív előjelű áram.
- a két áramforráson rendre (10 V alatti tartományban) három e.m.f. kombinációt állítunk be; mindhárom esetben megmérjük az áramköri ágakban folyó áramok erősségét (figyelmet fordítva az előjelekre) és a mérőműszerek hátlapjáról leolvassuk a használt mérési tartományhoz tartozó mérési hibákat; a mérési adatokat az 1. táblázatba foglaljuk és ellenőrizzük a csomóponttörvényt.
- a huroktörvények helyességének ellenőrzéséhez szükség van az áramkör megoldására, ezt könnyedén megtehetjük felírva két hurokra a huroktörvényt és az egyik csomópontra a csomóponttörvényt, kifejezzük I_3 -at:

$$I_3 = \frac{E_2 \cdot R_1 + E_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 + (R_1 + R_2)(R + R_3)} \quad 7.$$

- a mérési adatokat a 2. táblázatba foglaljuk és ellenőrizzük a huroktörvényt.

A szuperpozíció elvének vizsgálata:

- a két áramforráson rendre ugyanazt a három e.m.f. kombinációt állítunk be; kiiktatjuk az áramkörből az E_1 áramforrást és megmérjük az áramköri ágakban folyó áramerősségeket a 3.a ábrának megfelelő jelölésekkel (figyelembe véve az előjeleket) valamint a mérési tartományokhoz tartozó mérési hibákat; kiiktatjuk az E_2 áramforrást és megmérjük az áramköri ágakban folyó áramerősségeket a 3.b ábrának megfelelő jelölésekkel (figyelembe véve az előjeleket) valamint a mérési tartományokhoz tartozó mérési hibákat; a mérési eredményeket a 3. táblázatba foglaljuk és minden esetben ellenőrizzük a szuperpozíció elvét.

A reciprocitás elvének vizsgálata:

- az előző ponthoz hasonlóan járunk el, de ebben az esetben kiválasztott e.m.f.-re igaz kell legyen, hogy $E_1 = E_2$; E_1 kiiktatásakor csak az I_{12} áramot és a hozzátartozó mérési hibát, E_2 kiiktatásakor pedig I_{21} áramot és a hozzátartozó hibát olvassuk le; a mérési adatokat a 4. táblázatba foglaljuk és ellenőrizzük a reciprocitás elvét.

6. Hibaszámítás

A műszerek pontossági osztályának megfelelően a következőképpen számítjuk ki a bekövetkező mérési hibákat. A felhasznált mérőműszerek esetében, $C = 1$.

$$\Delta I = \frac{C}{100} \cdot I_n \quad 8.$$

7. Irodalom

1. *Litz J.*: Elektromosság és mágnesség, 113-120 oldal,
2. *Darabont S., Vörös A., Jakab K.*: Elektromosság, 213-224 oldal,
3. *Hevesi I.*: Elektromosság, 195-211 oldal,
4. *Fodor Gy.*: Elméleti elektrotechnika, 80-97

1. Gyakorlat

Mérési jegyzőkönyv az Egyenáramú áramkörök tanulmányozása (I. rész) c. laboratóriumi gyakorlathoz

1. Táblázat

Nr.	E_1 [V]	E_2 [V]	I_1 [mA]	ΔI_1 [mA]	I_2 [mA]	ΔI_2 [mA]	I_3 [mA]	ΔI_3 [mA]
1.								

2. Táblázat

Nr.	E_1 [V]	E_2 [V]	I_{11} [mA]	I_{21} [mA]	I_{31} [mA]	I_{12} [mA]	I_{22} [mA]	I_{32} [mA]
1.		—	$\Delta I_{11} =$	$\Delta I_{21} =$	$\Delta I_{31} =$	—	—	—
	—		—	—	—	$\Delta I_{12} =$	$\Delta I_{22} =$	$\Delta I_{32} =$

Törvények ellenőrzése:

1. A csomóponttörvény: $\left| \sum_{i=1}^3 I_i \right| \leq \sum_{i=1}^3 \Delta I_i$

2. A huroktörvény: $I_3 = \frac{E_2 R_1 + E_1 R_2}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2)(R + R_3)}$

3. A szuperpozíció elve: $\left| \sum_{j=1}^2 I_{ij} - I_i \right| \leq \sum_{j=1}^2 \Delta I_{ij} + \Delta I_i$

4. A reciprocitás elve: $|I_{21} - I_{12}| \leq \Delta I_{12} + \Delta I_{21}$