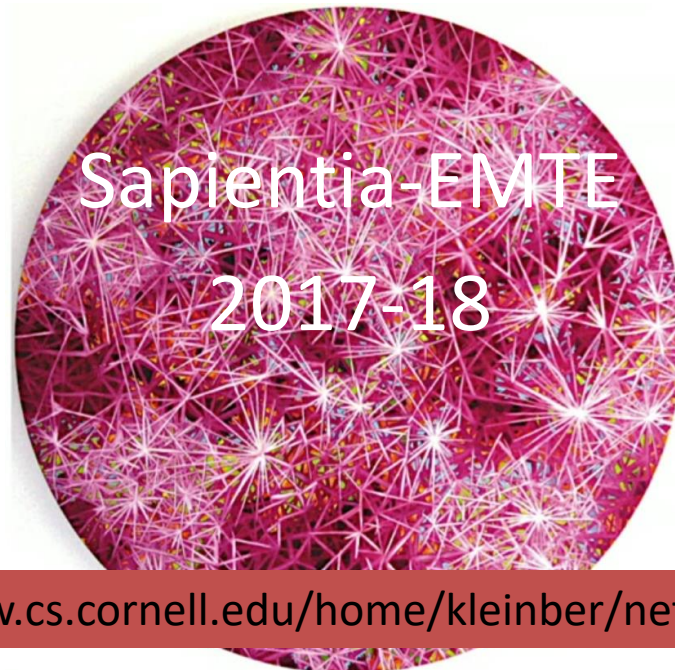


Gráf-algoritmusok

Pozitív és negatív kapcsolatok



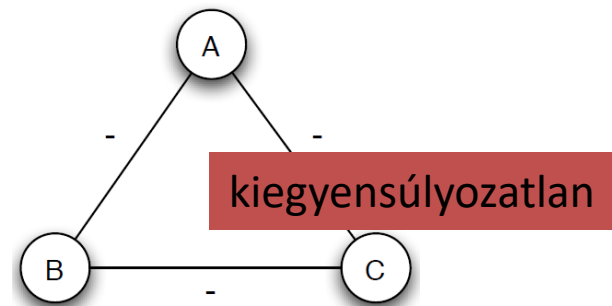
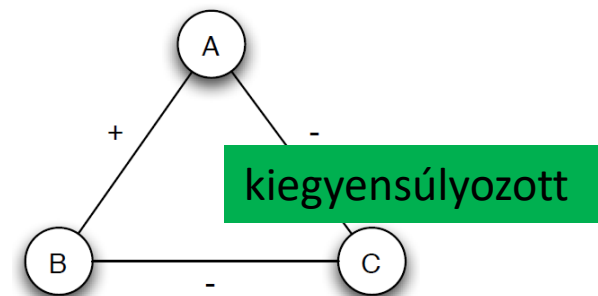
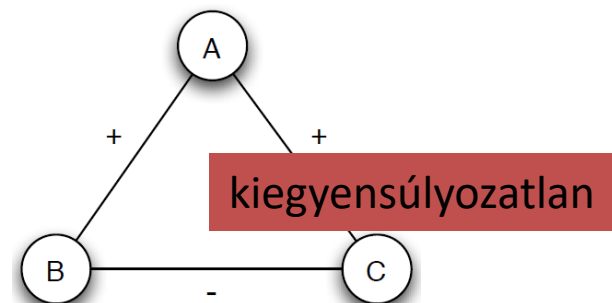
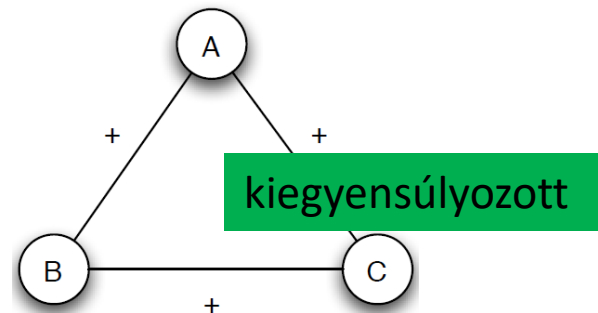
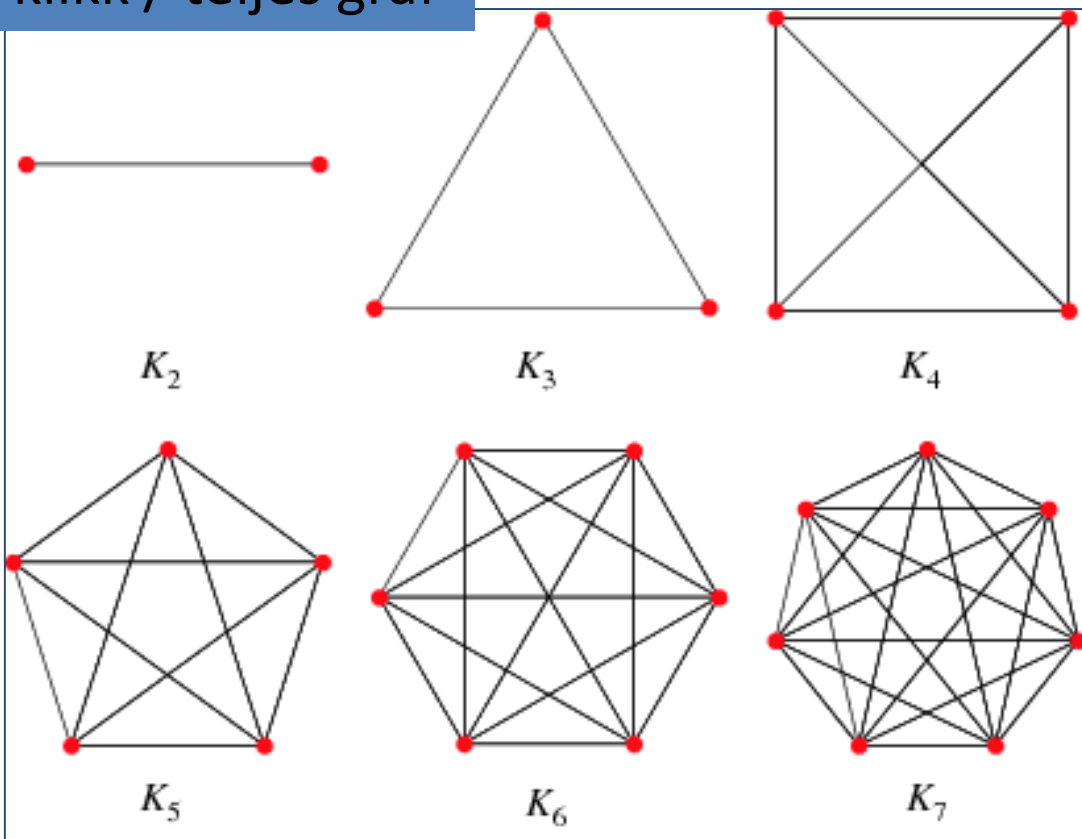
<http://www.cs.cornell.edu/home/kleinber/networks-book/>

Melyik stabilabb trió?



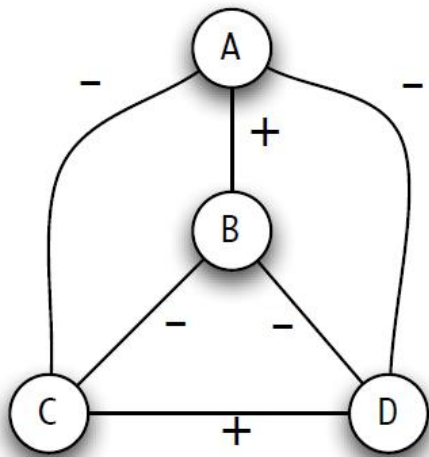
Barátok vagy ellenségek

klikk / teljes gráf

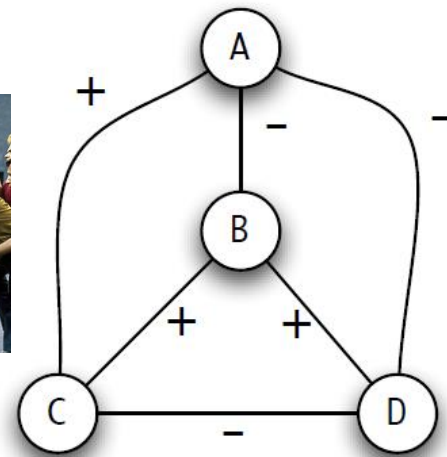


Kiegyensúlyozott „+/- hálózatok”

- Minden háromszöge kiegyensúlyozott



balanced



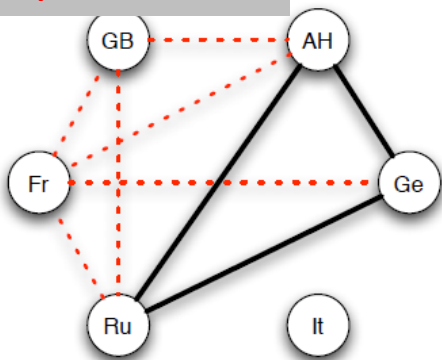
not balanced

- **TÉTEL:** Bármely kiegyensúlyozott teljes gráfban
 - Vagy mindenki barát
 - Vagy van 2 ellenséges barát-klikk
 - Klikkeken belül mindenki barát
 - Klikkek között mindenki ellenség

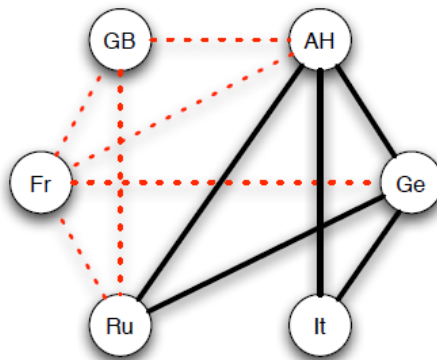
Lokális jellemzőből adódó
meglepő globális tulajdonság

Nemzetközi kapcsolatok Az I. világháború előzményei

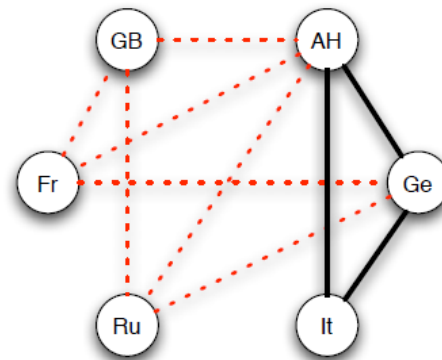
Mely Δ -ek
kiegyensúlyozatlanok?



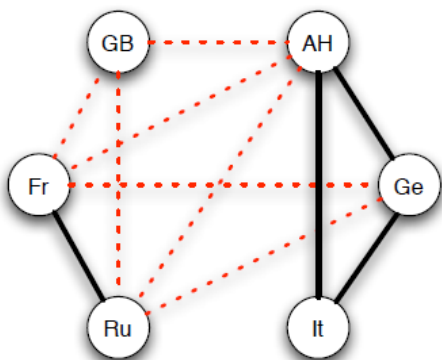
(a) *Three Emperors' League 1872-81*



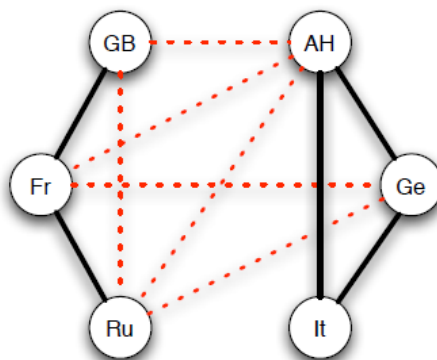
(b) *Triple Alliance 1882*



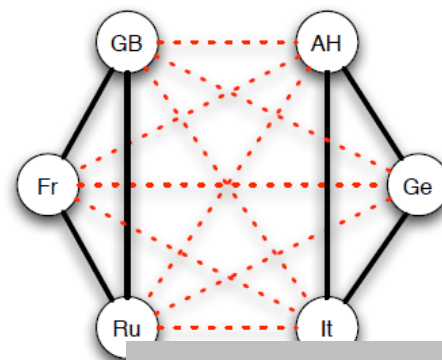
(c) *German-Russian Lapse 1890*



(d) *French-Russian Alliance 1891-94*



(e) *Entente Cordiale 1904*



(f) *British-Russian Alliance 1907*

Kiegyensúlyozott hálózat

háromszög szintű kiegyensúlyozások >> kiegyensúlyozott hálózat

Gyengén kiegyensúlyozott „+/- hálózatok”

- Nem tartalmaz olyan háromszöget, amelynek *két pozitív és egy negatív éle van („++-”)*
 - INDOKLÁS: Valószínűbb, hogy a „barátaim ellenségek” („++-”) konstrukció kiegyensúlyozódik, mint a „három ellenség” („---”) konstrukció
 - „Az ellenségem ellensége barátom”
- **TÉTEL:** Bármely gyengén kiegyensúlyozott teljes gráfban beazonosítható két vagy több barát-klikk úgy, hogy minden klikk-közi kapcsolat ellenséges.

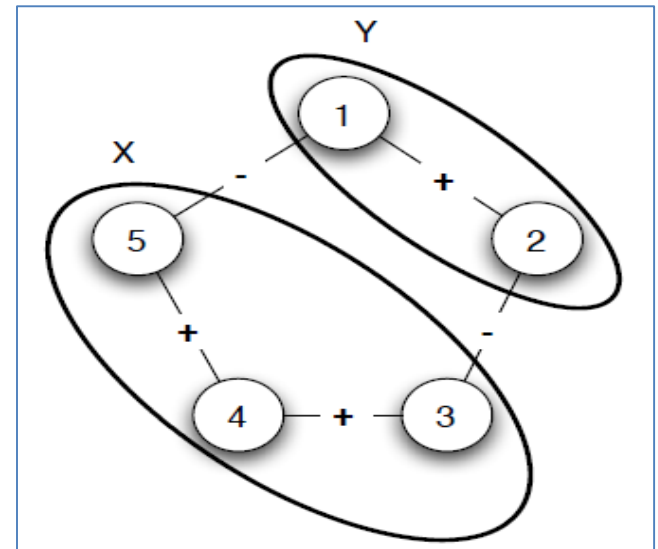
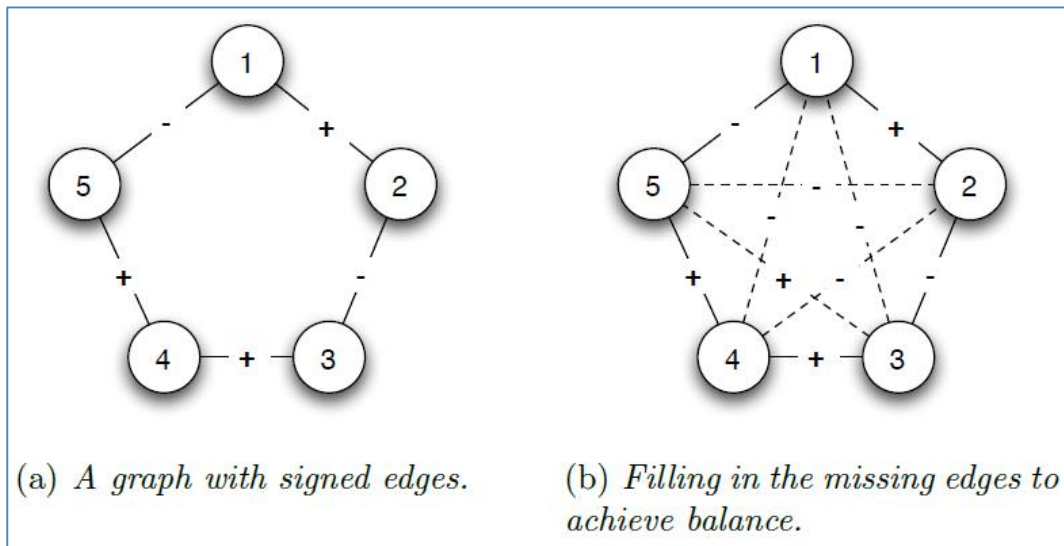
Lokális jellemzőből adódó
meglepő globális tulajdonság

Pilátus, Heródes, Jézus



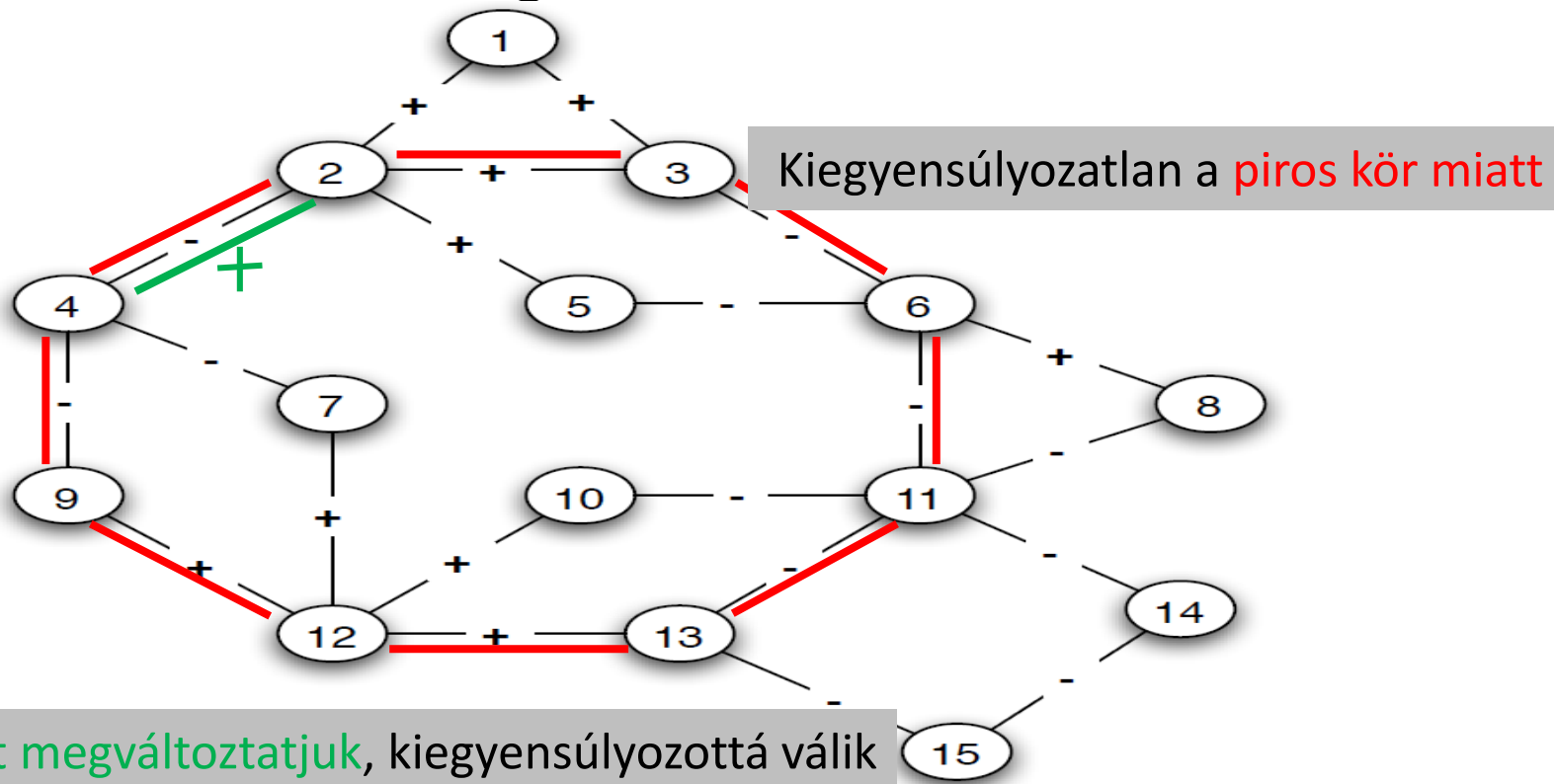
Strukturális kiegyensúlyozottság általános (nem teljes) gráfokban (1)

- Két *ekvivalens* definíció:
 1. (lokális jellegű definíció) Egy nem teljes gráf kiegyensúlyozott, ha kiegészíthető egy kiegyensúlyozott teljes gráffá
 2. (globális jellegű definíció) A pontjai két csoportba oszthatók úgy, hogy csoporton belül csak baráti, csoportok közt csak ellenségi kapcsolat legyen
 - A hiányzó kapcsolatok potenciálisan bármilyenek lehetnek



Strukturális kiegyensúlyozottság általános (nem teljes) gráfokban (2)

- TÉTEL:** Egy általános +/- gráf akkor és csak akkor kiegyensúlyozott, ha *nincs benne páratlan számú negatív élet tartalmazó kört.*



Majdnem kiegyensúlyozott „+/- hálózatok”

- TÉTEL: Ha egy gráfban a háromszögek 99,9%-a kiegyensúlyozott, akkor
 - VAGY: Létezik egy olyan halmaz, amely tartalmazza a pontok legalább 90%-át, és amelyen belül a kapcsolatok legalább 90%-a baráti (pozitív);
 - VAGY: Kettéosztható úgy két pont-halmazra, hogy mindkettőben a kapcsolatok legalább 90%-a pozitív, és a halmazközi kapcsolatok legalább 90%-a negatív.

GRÁFOK SZÍNEZÉSE

14.1. definíció. A G gráf kromatikus száma $\chi(G)$, ha G csúcsai $\chi(G)$ színnel kiszínezhetők, de kevesebbel, $(\chi(G) - 1)$ -gyel már nem.

14.2. tétel. A G gráf $\chi(G)$ kromatikus száma akkor és csak akkor egyenlő 2-vel, ha G páros gráf és van legalább egy éle.

14.3. tétel. Ha a G gráf egyszerű, akkor $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$. ($\Delta(G)$ a gráf csúcspontjai fokszámának maximuma.)

14.7. definíció. A G gráfot *perfektnek* nevezzük, ha kromatikus száma egyenlő a klikkszámával, és minden feszített részgráfjára is igaz ugyanez.

14.8. tétel. Minden páros gráf perfekt.

14.10. tétel. Minden intervallumgráf perfekt.

14.11. tétel (perfekt gráf tétel – Lovász László, 1972). Perfekt gráf komplementere is perfekt.

14.13. definíció. A G gráf kromatikus indexe $\chi_e(G)$ (él-kromatikus száma), ha G élei $\chi_e(G)$ színnel kiszínezhetők, de kevesebbel $(\chi_e(G) - 1)$ -gyel már nem.

14.3. Az öt-/négy szín-tételek

Gráfelméleti háttér: KLIKK

- Teljes gráfok (él-szám, háromszög-szám,...)
- Klikk-szám (alsó/felső becslés)
- Klikk-probléma
- ...

