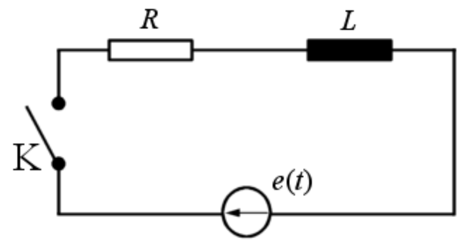
1. Feladat

Az 1. ábrán látható egyenáramú áramkörben, kezdetben a kapcsoló nyitott állásba található. A $t = 0$ pillanatban zárjuk a kapcsolót zárjuk a kapcsolót, a létrejövő tranziens folyamat során beálljon az áramkör permanens állapota. Tárgyaljuk a létrejövő tranziens folyamatot. Legyen $e(t) = E_0\sqrt{2}sin\omega t$, ahol $E_0 = 50V$, a frekvencia $\upsilon = 50\ Hz$,



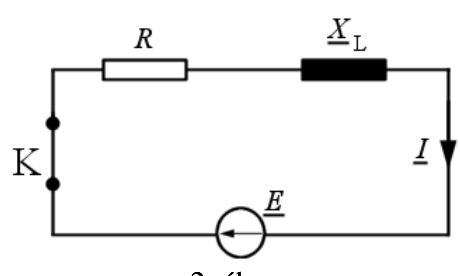
1. ábra

Megoldás

Ebben az esetben a létrejövő tranziens folyamatot az állandósult összetevő különválasztásával fogjuk megoldani. Ez azt jelenti, hogy a megoldást két komponens összegeként állítjuk elő, ahol az egyik az állandósult (végső permanens állapot) a másik pedig a szabadtag, az alábbi egyenlet szerint.

$$i(t) = i_p(t) + i_{sz}(t).$$

a.) Az állandósult tag meghatározása. Ez nem más, mint egy váltakozó áramú áramköri feladat megoldása, ami a komplex formalizmussal oldunk meg. Először áttérünk a komplex formalizmusara és kiválasztjuk, hogy melyik mennyiséggel fogunk dolgozni. A komplex pillanatnyi érték, $\underline{e}(t) = E_0\sqrt{2}e^{j\omega t}$, innen a komplex amplitúdó $\underline{E_0} = E_0\sqrt{2}$, a komplex effektív érték pedig $\underline{E} = \underline{E_0}/\sqrt{2} = E_0$. A továbbiakban jelölések egyszerűségének kedvéért a komplex effektív értékkel fogunk dolgozni. A 2. ábra a komplex formalizmusban szemléltetett áramkört mutatja be.



2. ábra

A huroktörvényből meghatározható a komplex áram effektív értéke, amely a nevező komplex konjugáltjának szorzásával az alábbi formára hozható.

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{R + \underline{X}_L} = \frac{\underline{E}}{R + j\omega L} = \frac{E_0}{R^2 + (\omega L)^2}(R - j\omega L).$$

Az áram valós effektív értékét a fenti komplex szám moduluszának, és az e.m.f. értékéhez képesti fáziseltolását pedig a fázisszögének kiszámításával határozhatjuk meg.

$$I = \frac{E_0}{R^2 + (\omega L)^2}\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

illetve

$$\varphi = arct\left(-\frac{\omega L}{R}\right).$$

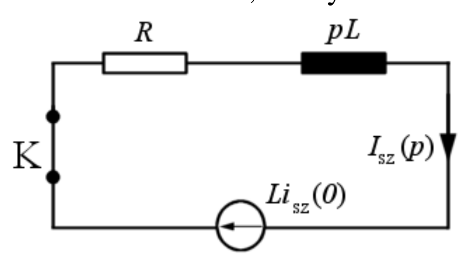
A formalizmusnak megfelelően a keresett áram pillanatnyi értéke:

$$i(t) = I\sqrt{2}sin(\omega t + \varphi) = \frac{E_0\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}sin(\omega t + \varphi).$$

b.) A továbbiakban a szabad tagot határozzuk meg. Ehhez fel kell használni azt a tényt, hogy a kapcsolás pillanata után a teljes áramerősségnek nullának kell lennie, így az első egyenletből, amely minden időpillanatban igaz kell legyen, meghatározható a szabad tag nulla időpillanatbeli értéke.

$$i(0) = i_p(0) + i_{sz}(0) = 0 \Longrightarrow i_{sz}(0) = -i_p(0) = -\frac{E_0\sqrt{2}}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}sin\varphi.$$

Mivel ennek az áramnak kell átfolyni a tekercsen, ez a tekercsen $Li_{sz}(0)$ értékű fluxust jelent, amely tulajdonképpen a tranziens folyamat létrejöttéhez vezet. A Laplace-transzformáció segítségével áttérünk az operátoros formalizmusra, amelyet a 3.ábra szemléltet.



3. ábra

A huroktörvény operátoros alakban az alábbi egyenlettel adható meg,

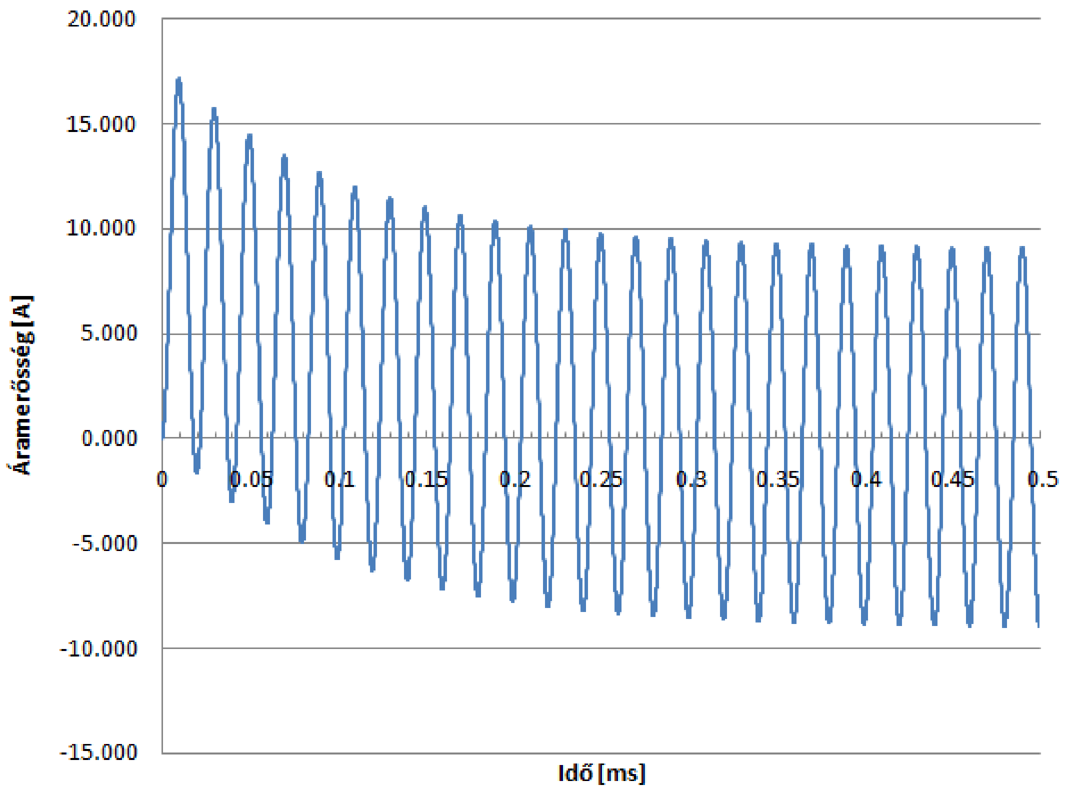
$$I_{sz}(p) = \frac{Li_{sz}(0)}{R + pL} = -\frac{E_0\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} sin\varphi \frac{1}{R + \omega L},$$

amely egy olyan tört, amelynek számlálója nullad fokú, a nevezője pedig elsőfokú polinom p-ben, nulla nem gyöke a nevezőnek, egyetlen gyöke pedig $p_1 = -R/L$. Ennek megfelelően az időtartományba a Heaviside 1. képlet segítségével végezzük a transzformálást.

$$i_{sz}(t) = -\frac{E_0\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} sin\varphi e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Az első egyenletnek megfelelően a teljes megoldást az alábbi formában írhatjuk fel és a 4. ábra szemlélteti.

$$i(t) = \frac{E_0\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\left(sin(\omega t + \varphi) - sin\varphi e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$



4. ábra